

**Instituto Politécnico Nacional
Escuela Superior de Computo
(ESCOM)**

**INTRODUCCIÓN AL ESPACIO
DIMENSIÓN-VALOR**

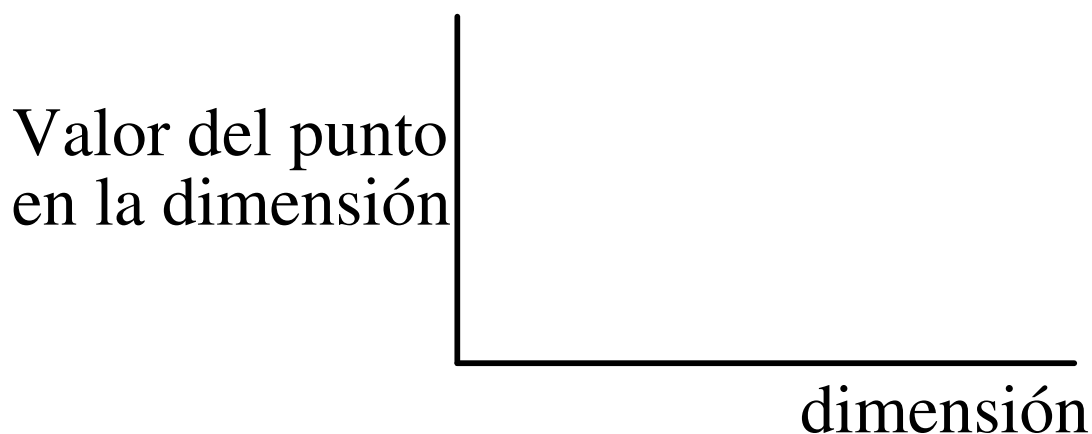
**Fernando Galindo Soria
fgalindo@ipn.mx**

*1. Versión: Cd. de México, 20 de Abril de 1995
Actualización: 18 de Septiembre de 1999*

La representación gráfica de un punto
en múltiples dimensiones es un
problema cotidiano

En el espacio $\langle \text{dimensión, valor} \rangle$ o $\langle d, v \rangle$,

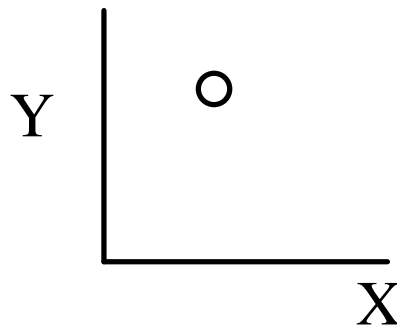
objetos que normalmente se representan como puntos y curvas en un espacio multidimensional se visualizan como un conjunto de puntos en dos dimensiones, en la primera se colocan los números de las dimensiones y en la segunda los valores que toma el objeto en esas dimensiones.



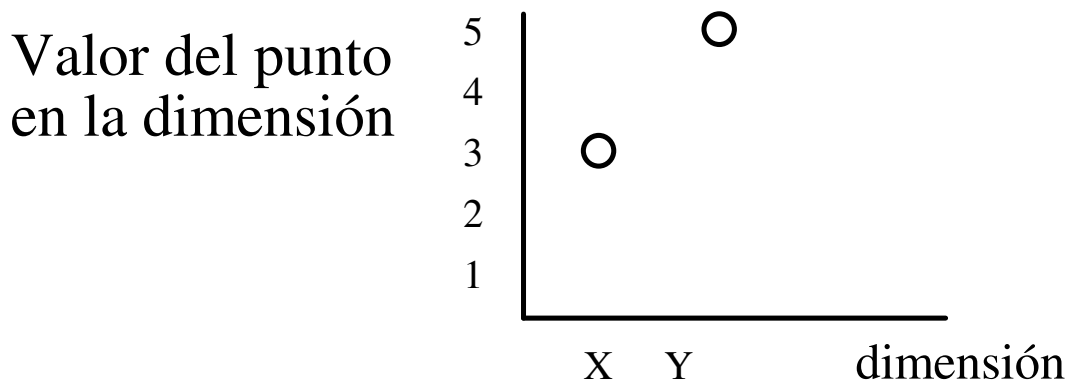
Por ejemplo, el punto caracterizado por dos dimensiones

$$\begin{matrix} X & Y \\ 3 & 5 \end{matrix}$$

cuya representación en un espacio de coordenadas $\langle X, Y \rangle$ es



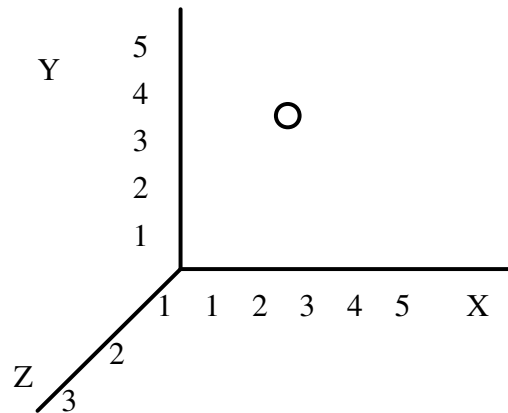
en el espacio $\langle d, v \rangle$ queda como



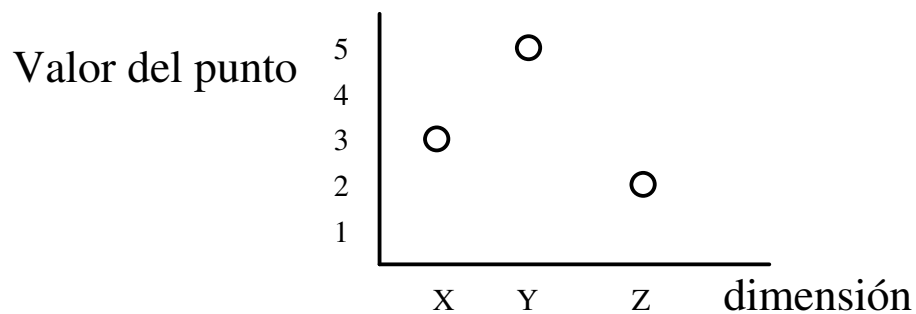
En el caso de tres dimensiones la representación de un punto como

$$\begin{matrix} X & Y & Z \\ 3 & 5 & 2 \end{matrix}$$

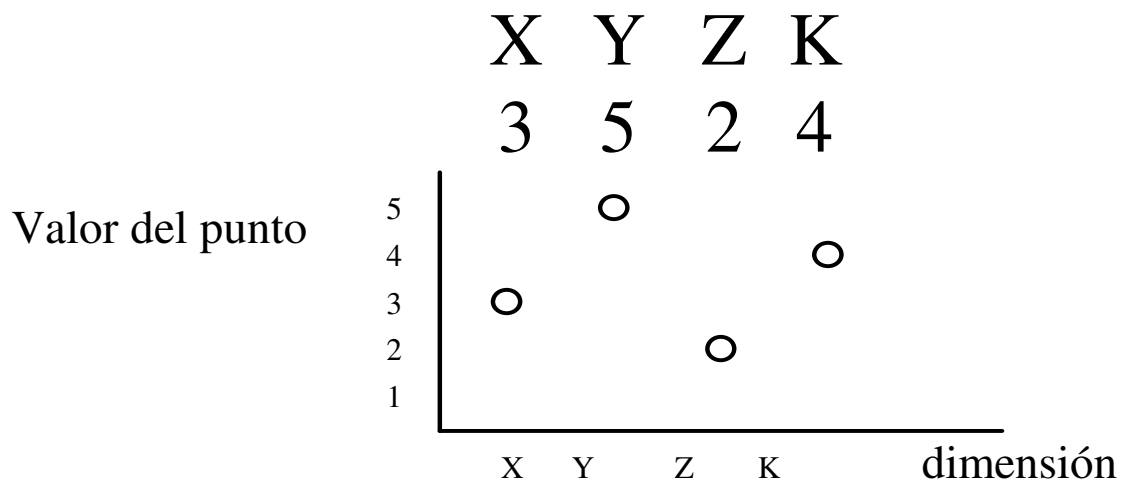
En el sistema coordenado $\langle X, Y, Z \rangle$ es



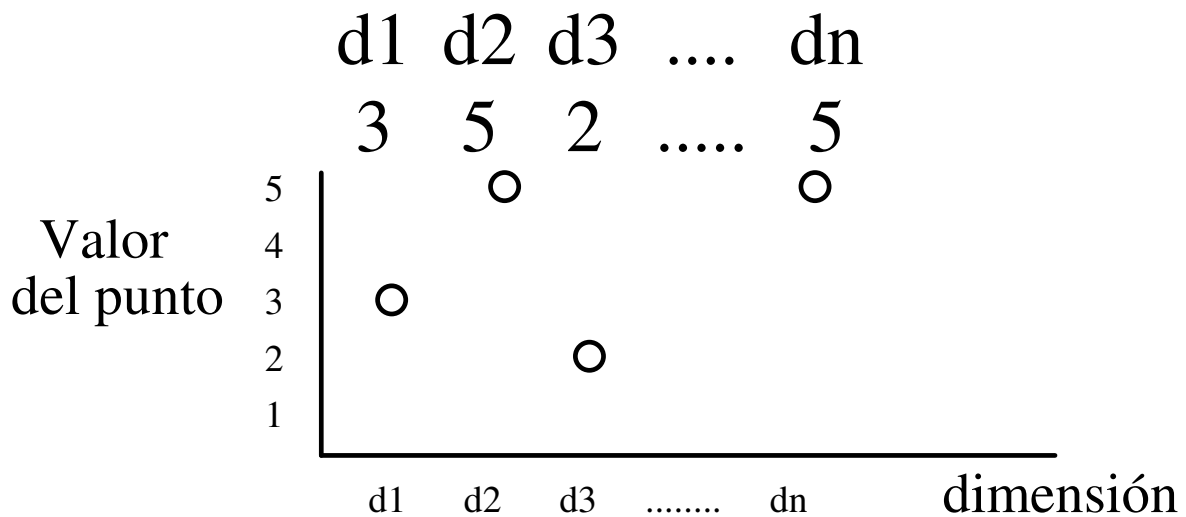
Y en el sistema $\langle d, v \rangle$ queda



Un punto en cuatro dimensiones se representa en $\langle d, v \rangle$ como



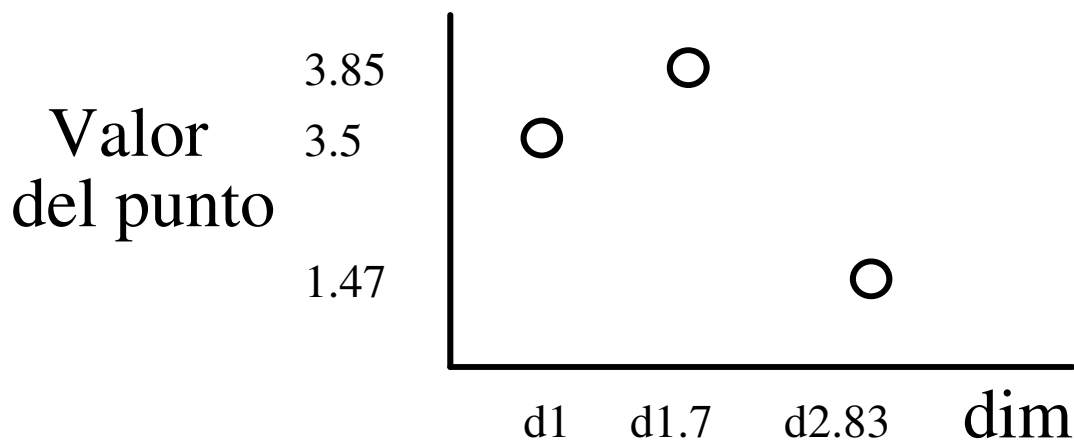
Representar un punto con n dimensiones en $\langle d, v \rangle$ es directo



La representación de puntos que tienen dimensión fraccionaria o fractal y no necesariamente entera es directa, (como por ejemplo 1.37 o 2.45) en el espacio $\langle d, v \rangle$ es directa, por ejemplo si se tiene un punto en el espacio con dimensiones fractales $\langle d1, d1.7, d2.83 \rangle$.

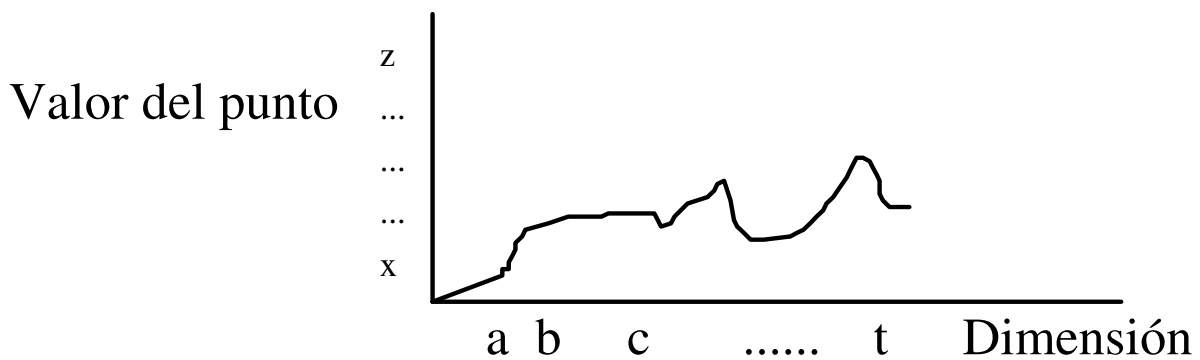
Dimensión	Valor
$d1$	3.5
$d1.7$	3.85
$d2.83$	1.47

su representación en $\langle d, v \rangle$ es



Cuando se habla de espacios con dimensión fraccionaria real tenemos que tomar en cuenta que la cantidad de números naturales (o sea números que toman valores de 1 a n) que existen se considera infinita y dado que se ha demostrado que existen mas números reales que naturales, se dice que la cantidad de números reales es transfinita, por lo que, si consideramos que se pueden tener tantas posibles dimensiones como números reales entonces se puede tener un numero transfinito de dimensiones (a un espacio formado por un numero transfinito de dimensiones también lo llamaremos *continuo dimensional*).

Un punto en n dimensiones se ve como
n puntos en $\langle d, v \rangle$
y un punto en un continuo dimensional
se representa en
el espacio $\langle \text{dimensión}, \text{valor} \rangle$
como un numero transfinito de puntos,
segmentos de recta o como una curva
formada por múltiples segmentos de
curva y en el mejor de los casos como
una curva continua.



O sea que en el extremo una curva en 2
dimensiones

(como por ejemplo la gráfica del
sonido o una serie de tiempo)

se puede considerar como la
representación de un objeto en n
dimensiones

y si la curva es continua se puede ver
como la representación de un punto en
un continuo dimensional.

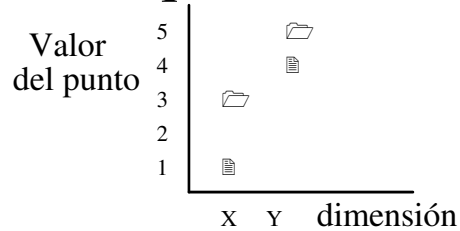
Representar 2 puntos es directo.

Por ejemplos si se tienen los puntos

X	Y
3	5
1	4

En un espacio $\langle d, v \rangle$

quedan



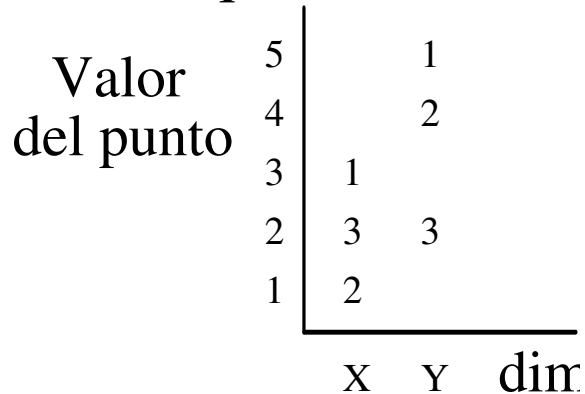
Si se tienen 3 puntos es lo mismo

por ejemplo si se tienen

X	Y
3	5
1	4
2	2

En el espacio $\langle d, v \rangle$

quedan

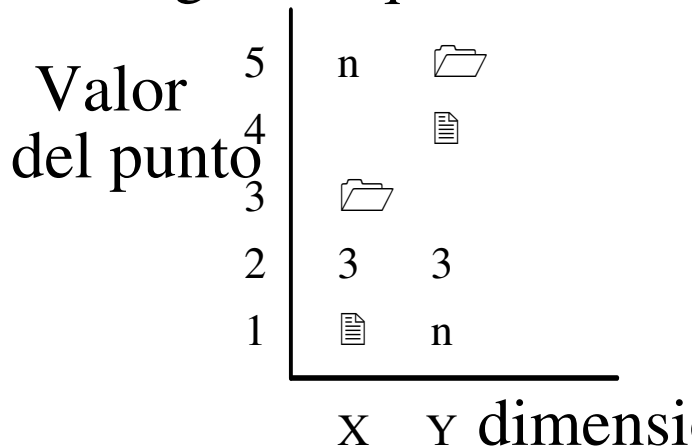


En general si se tienen n puntos

como por ejemplo

X	Y
3	5
1	4
2	2
..	..
5	1

la gráfica quedaría

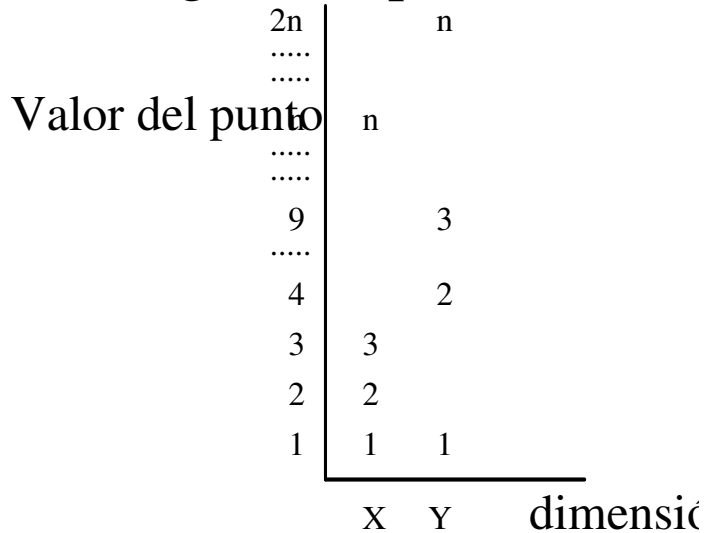


Sí los n puntos representan una recta discretizada

como por ejemplo

X	Y
1	1
2	4
3	9
..	..
n	2n

la gráfica quedaría



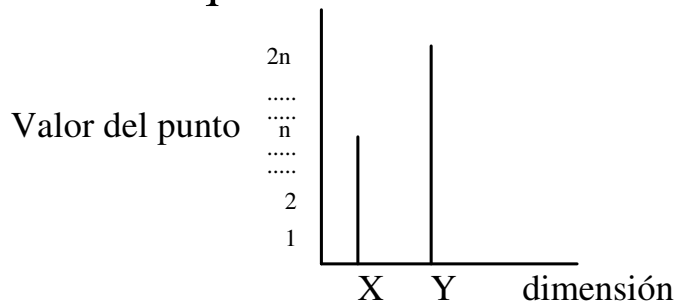
los puntos quedan ordenados en dos líneas rectas

generalizando podemos plantear que una recta continua en 2 dimensiones queda representada como dos rectas en el espacio <dimensión valor>.

como por ejemplo la ecuación

$$Y = 2X$$

quedaría como



En general una recta continua en n dimensiones queda representada como n rectas en el espacio $\langle d, v \rangle$.

Como se puede ver se tiene la puerta a un universo de trabajo con múltiples posibilidades y que tiene la característica de que en donde se mire se encuentran resultados y preguntas, ya que se puede seguir con la representación de cualquier curva o de objetos bidimensionales en espacios multidimensionales y llegar a la representación de objetos multidimensionales en espacios multidimensionales y de objetos fractales en espacios fractales o continuo dimensionales.

Planteándolo al revés, *pasar de una curva (continua o discreta) en dos dimensiones a un punto en un espacio multidimensional es directo,*

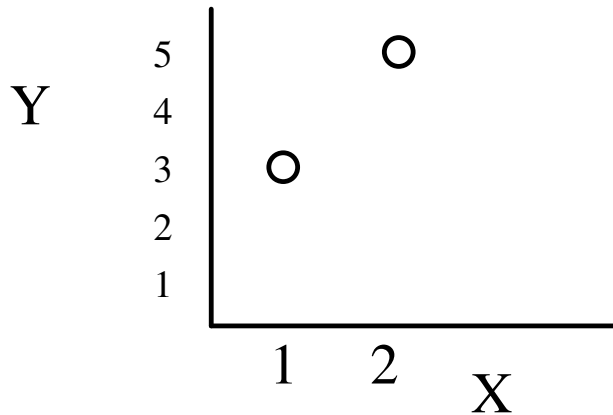
una recta formada por n puntos se puede ver como un punto en n dimensiones

y una curva continua se puede representar como un punto en un continuo dimensional.

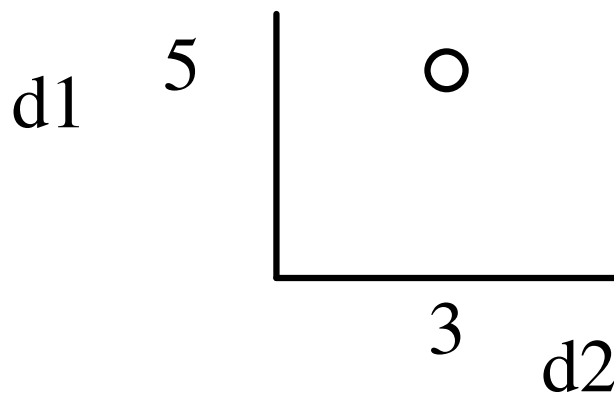
por ejemplo la curva que representa una señal (de sonido, luz, presión, electrocardiograma, temperatura, imagen, etc.), se puede ver como un punto en un continuo de dimensiones y cuando se digitaliza lo que se obtiene es su representación como un punto en n dimensiones

Si la curva esta formada por dos puntos se representa como un punto en dos dimensiones. Por ejemplos si se tiene la curva formada por dos puntos.

X	Y
1	3
2	5



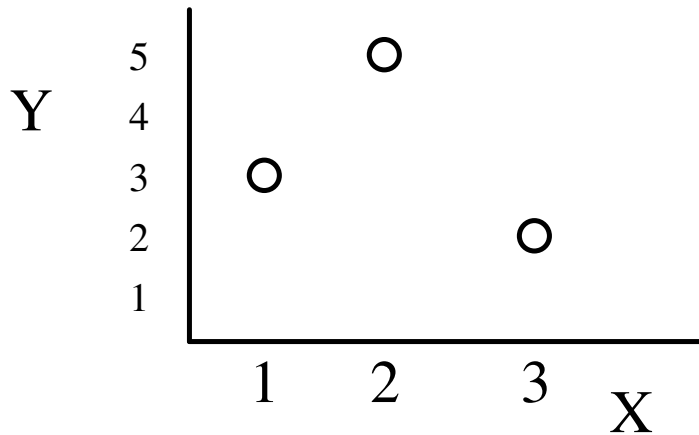
Su representación en un espacio de dos dimensiones $\langle d1, d2 \rangle$ es directa



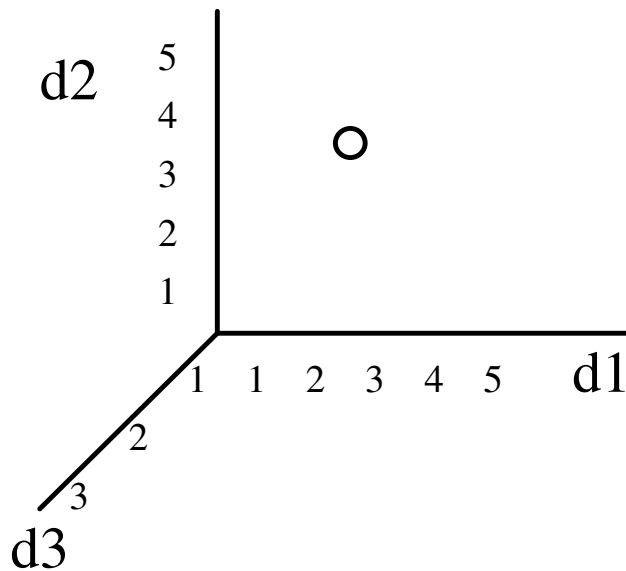
Una curva formada por tres puntos se puede ver como un punto en un espacio de tres dimensiones.

Por ejemplos la curva formada por los siguientes tres puntos

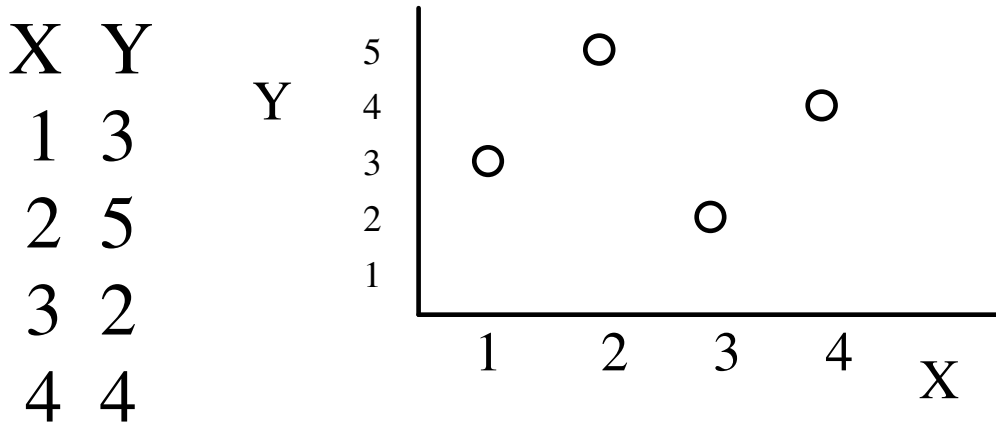
X	Y
1	3
2	5
3	2



Se representa directamente en el sistema coordenado $\langle d1, d2, d3 \rangle$

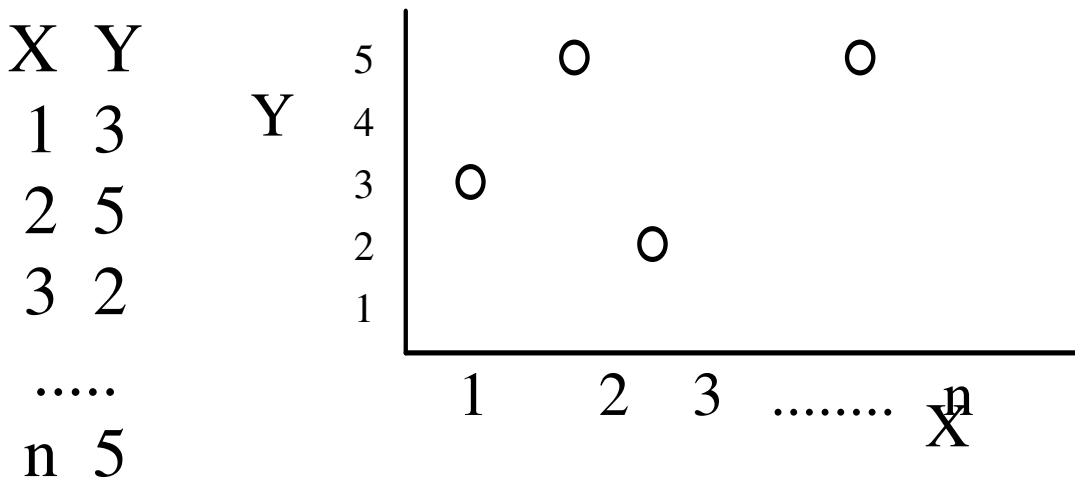


Si la curva esta formada por cuatro puntos, como por ejemplo:



se puede representar como un punto en un espacio de 4 dimensiones (3,5,2,4).

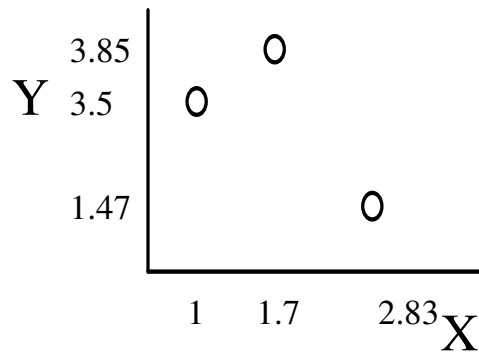
si la curva tiene n puntos



entonces corresponde a un punto (3, 5, 2, ... ,5) en un espacio de n dimensiones

Por facilidad se mostraron ejemplos basados en curvas en las cuales los puntos tomaban valores consecutivos de 1 a n en el eje de las X's, sin embargo esta idea se aplica también para curvas en general, por ejemplo si se tiene la curva

X	Y
1	3.5
1.7	3.85
2.83	1.47

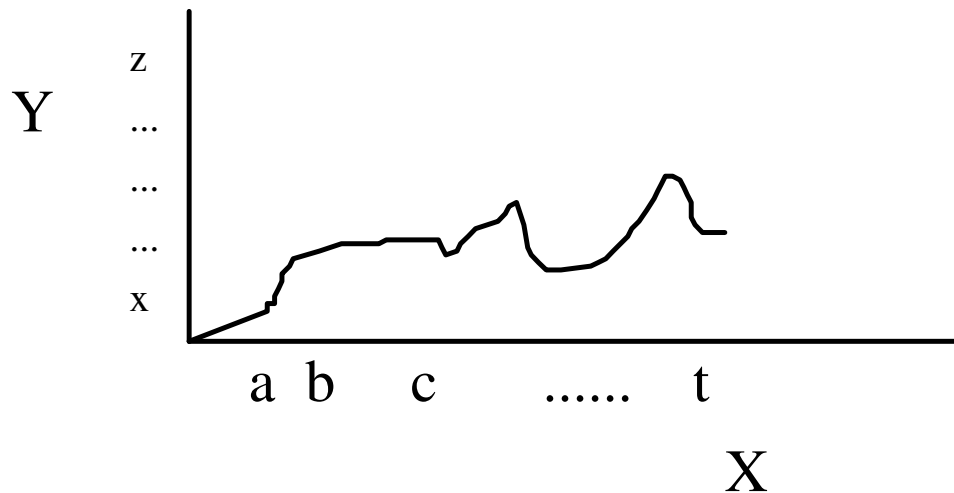


Se puede representar como un punto en un espacio fractal,

(ya que una de las propiedades de los espacios fractales es que sus dimensiones pueden ser fraccionarias),

haciendo, por ejemplo que, los valores del eje X correspondan a las *dimensiones fraccionarias 1, 1.7 y 2.83* y la curva corresponde a un punto en el espacio $\langle d1, d1.7, d2.83 \rangle$.

En general *una curva continua como*



*corresponde a
un punto en un espacio formado por
un numero transfinito de dimensiones
o continuo dimensional*

ya que, una curva continua esta formada por un numero transfinito de puntos y por tal motivo corresponde a un punto en un espacio formado por un numero transfinito de dimensiones.

Se está planteando que una curva en 2 dimensiones y un punto en un espacio multidimensional son equivalentes, es decir asociado a cada curva existe un punto en un espacio multidimensional y cada punto en un espacio multidimensional se puede representar como una curva.

es indistinto ver un punto en n dimensiones o una curva formada por n puntos

y más general aun,
es indiferente ver algo como una curva continua en dos dimensiones o como un punto en un continuo dimensional

(una posible generalización de esta idea consiste en visualizar curvas u objetos en espacios multidimensionales como puntos en espacios multidimensionales).

Una de las aplicaciones mas interesantes de esta idea se presenta en el área de la Física y en particular en la relación entre la Mecánica Cuántica y la Ondulatoria,

ya que, precisamente uno de los problemas de la investigación actual se presenta en el hecho de que existen fenómenos cuyo comportamiento es al mismo tiempo ondulatorios y cuánticos o sea que se comportan como ondas y como partículas o cuantos.

Y precisamente lo que se esta
presentando en este trabajo *es que es
indiferente ver algo como una curva o
como un punto,*

*lo cual nos permite, postular que
tenemos una forma para ver
indistintamente este tipo de fenómenos
(como la luz)
como un continuo de puntos
(onda luminosa)
o como un punto en un continuo
dimensional
(donde, lo que percibimos como
cuanto de luz vendría siendo una
proyección del continuo dimensional a
nuestro espacio de percepción).*