

Notas de Investigación

## **SOBRE LOS NÚMEROS BCOMPLEJOS Y LOS ESPACIOS BCOMPLEJOS**

**Fernando Galindo Soria**

*www.fgalindosoria.com*

*Escuela Superior de Cómputo (ESCOM) del Instituto Politécnico Nacional*

**Av. Miguel Othón de Mendizábal y Av. Juan de Dios Bátiz s/n**

**Zacatenco, Cd. de México 07738 MÉXICO**

Cd. de México, Junio del 2005

**fgalindo@ipn.mx**

### **SOBRE LOS NÚMEROS BCOMPLEJOS**

(Números base complejos)

#### **Potencias enteras de -1**

$$(-1)^0 = 1$$

$$(-1)^1 = -1$$

$$(-1)^2 = 1$$

$$(-1)^3 = -1$$

$$(-1)^4 = 1$$

Por facilidad a  $(-1)$  lo denotaremos como **B**, quedando

$$B^0 = 1$$

$$B^1 = -1$$

$$B^2 = 1$$

$$B^3 = -1$$

$$B^4 = 1$$

en general para todo **n** elemento de los Naturales mas el 0

$$B^n = -1 \text{ si } n \text{ es impar}$$

$$B^n = 1 \text{ si } n \text{ es } 0 \text{ o par}$$

$$B^{-1} = 1/B^1 = 1/(-1)^1 = 1/(-1) = -1$$

$$B^{-2} = 1/B^2 = 1/(-1)^2 = 1/1 = 1$$

$$B^{-3} = 1/B^3 = 1/(-1)^3 = 1/(-1) = -1$$

$$B^{-4} = 1/B^4 = 1/(-1)^4 = 1/1 = 1$$

En general para todo **n** elemento de los Naturales tenemos

$$B^{-n} = 1/B^n = 1/(-1)^n = 1/(-1) = -1 \text{ si } n \text{ es impar}$$

$$B^{-n} = 1/B^n = 1/(-1)^n = 1/1 = 1 \text{ si } n \text{ es par}$$

De donde para todo n elemento de los Enteros

$$B^n = -1 = -B \text{ si } n \text{ es impar}$$

$$B^n = 1 = -B \text{ si } n \text{ es par}$$

### Potencias racionales de -1

*i* **Raíz cuadrada de -1**  $(-1)^{1/2} = B^{1/2}$

$$B^{1/2} = (-1)^{1/2} = i$$

$$B^{0/2} = (-1)^{0/2} = 1$$

$$B^{1/2} = (-1)^{1/2} = i$$

$$B^{2/2} = (-1)^{2/2} = -1$$

$$B^{3/2} = (-1)^{3/2} = -i$$

$$B^{4/2} = (-1)^{4/2} = 1$$

$$B^{5/2} = (-1)^{5/2} = i$$

$$B^{6/2} = (-1)^{6/2} = -1$$

$$B^{7/2} = (-1)^{7/2} = -i$$

En general

$$B^{n/2} = B^{(n \text{ modulo } 4)/2}$$

### Números con Potencias racionales de -1 $B^q$

$B^q$  donde  $q$  es un elemento de los números racionales

$$B^{1/n}$$

$$B^{1/2} = (-1)^{1/2} = i$$

$$B^{1/3} = (-1)^{1/3}$$

$$B^{1/4} = (-1)^{1/4} = (-1)^{(1/2)(1/2)} = ((-1)^{(1/2)})^{(1/2)} = i^{(1/2)} \text{ La raíz cuadrada de } i$$

$$B^{1/5}, B^{1/6}, B^{1/7}, \dots, B^{1/n}, \dots$$

$$B^{p/q}$$

$$B^{2/3} = (-1)^{2/3}$$

$$B^{3/4} = (-1)^{3/4}$$

$$B^{3/5} = (-1)^{3/5}$$

$$B^{4/7} = (-1)^{4/7}$$

$$B^{7/13} = (-1)^{7/13}$$

$$B^q = (-1)^q \text{ donde } q \text{ es racional}$$

***Álgebra de potencias racionales***

$$B^{1/4} = (-1)^{1/4} = (-1)^{(1/2)(1/2)} = ((-1)^{(1/2)})^{(1/2)} = i^{(1/2)} \text{ La raíz cuadrada de } i$$

$$B^{1/8} = B^{(1/4)(1/2)} = (B^{1/4})^{(1/2)} \text{ La raíz cuadrada de la raíz cuadrada de } i$$

$$B^{1/6} = B^{(1/2)(1/3)} = ((-1)^{(1/2)})^{(1/3)} = i^{(1/3)} \text{ La raíz cúbica de } i$$

....

$$B^{6/4} = (-1)^{6/4} = (-1)^{3/2} = (-1)^{(3)(1/2)} = ((-1)^3)^{(1/2)} = (-1)^{(1/2)} = i$$

....

$$B^{6/8} = (-1)^{6/8} = (-1)^{3/4}$$

En general si q es un numero racional y q se puede representar como el producto  $q = q_1 q_2 q_3 \dots q_m$  donde  $q_i$  es un numero racional

entonces

$$B^q = \{ \dots \{ \{ B^{q_1} \}^{q_2} \}^{q_3} \} \dots B^{q_m} \}$$

*A todos los números de la forma  $B^q$  los llamo números  $Q$  complejos*

Con el mismo razonamiento se desarrollan los siguientes números B complejos (La B es de Base)

***Números con Potencias Reales de -1  $B^r$***                       R complejos

***Números con Potencias complejas de -1  $B^c$***                       C complejos

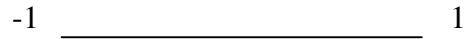
***Números con Potencias B complejas de -1  $B^{B^c}$***                       B complejos

## **SOBRE LOS ESPACIOS BCOMPLEJOS**

$B^{0/2} = (-1)^{0/2} = 1$  es un punto en la recta R

$B^{2/2} = (-1)^{2/2} = -1$  es un punto en la recta R

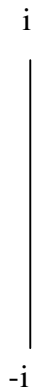
Entre 1 y  $-1$  se pueden formar la recta  $[1, -1]$  en R



$B^{1/2} = (-1)^{1/2} = i$  es un punto en la recta I

$B^{3/2} = (-1)^{3/2} = -i$  es un punto en la recta I

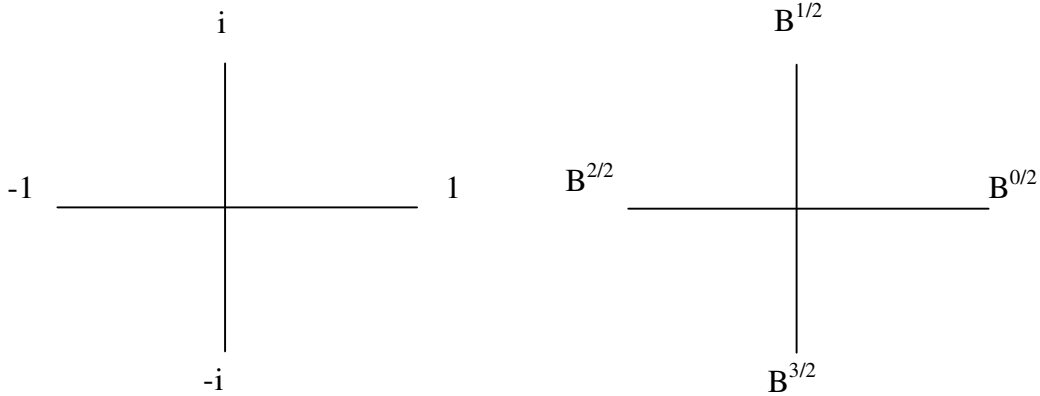
Entre  $i$  e  $-i$  se pueden formar la recta  $[i, -i]$  en I



*Esta recta NO esta en el eje Y (No es lo que conocemos como el eje Y), esta en el eje I (Imaginario, complejo), que “visualmente” ocupen posiciones similares no quiere decir que sean lo mismo, el mismo comentario se aplica para todos los ejes y dimensiones Bcomplejas que se manejen en adelante (por ejemplo se muestran ejes que están a 60 grados, pero NO son ejes o puntos en el espacio real, son ejes y puntos en el espacio Bcomplejo, que se visualizan en espacios similares a los reales pero corresponden a punto y espacios Bcomplejos)*

**El espacio complejo  $[1, -1] \times [i, -i]$  o  $[B^{0/2}, B^{2/2}] \times [B^{1/2}, B^{3/2}]$**

$[1, -1]$  es ortogonal a  $[i, -i]$  por lo que forman un espacio de 2 dimensiones  $[1, -1] \times [i, -i]$



$B$  o sea  $-1$  es el numero fundamental de este espacio ya que las potencias  $(0/2, 1/2, 2/2, 3/2)$ , de  $-1$  nos dan los elementos base del espacio,  $(B^{0/2} = (-1)^{0/2} = 1, B^{1/2} = (-1)^{1/2} = i, B^{2/2} = (-1)^{2/2} = -1, B^{3/2} = (-1)^{3/2} = -i)$

la recta  $[1, -1]$  es (cambiando de notación) la recta  $[B^{0/2}, B^{2/2}]$

y

la recta  $[i, -i]$  es (cambiando de notación) la recta  $[B^{1/2}, B^{3/2}]$

y

el espacio

$[1, -1] \times [i, -i]$  es (cambiando de notación) el espacio  $[B^{0/2}, B^{2/2}] \times [B^{1/2}, B^{3/2}]$

$[B^{0/2}, B^{2/2}]$  y  $[B^{1/2}, B^{3/2}]$  son ortogonales

*El espacio  $[1, -1] \times [i, -i]$  se puede definir en termino de  $B$ .*

$[B^{0/2}, B^{2/2}] \times [B^{1/2}, B^{3/2}]$  es lo que conocemos como Espacio Complejo

**Espacios Qcomplejos, Espacios con Potencias racionales de  $-1$   $B^q$**

**Representación grafica de  $B^q$**

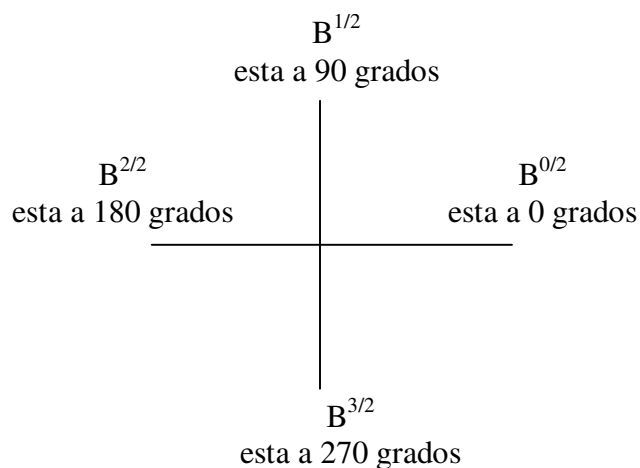
Si tengo un circulo de 360 grados de 1 a  $-1$  se recorren 180 grados

$B^{0/2} = (-1)^{0/2} = 1$  queda a 0 grados o sea  $(0/2)$  por 180

$B^{1/2} = (-1)^{1/2} = i$  queda a 90 grados o sea  $(1/2)$  por 180

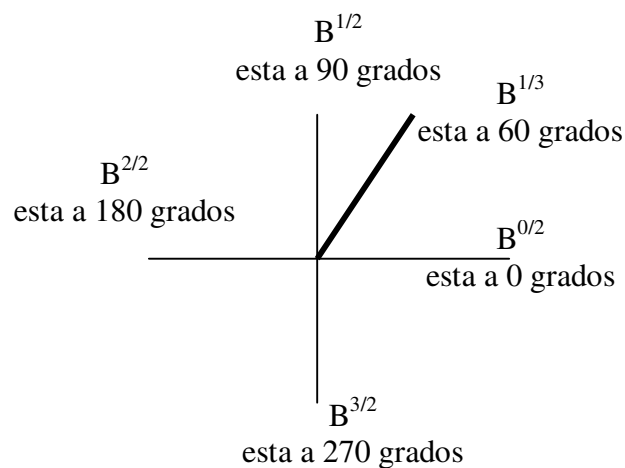
$B^{2/2} = (-1)^{2/2} = -1$  queda a 180 grados o sea  $(2/2)$  por 180

$B^{3/2} = (-1)^{3/2} = -i$  queda a 270 grados o sea  $(3/2)$  por 180



Así como se representa  $B^{1/2}$  o  $B^{2/2}$  se puede representar por ejemplo  $B^{1/3}$

$B^{1/3} = (-1)^{1/3} (1/3)$  por 180 queda a 60 grados



En general  $B^q = (-1)^q$  donde  $q$  es racional se puede representar como el punto que se encuentra a una distancia de 1 unidad del centro y a un ángulo de  $q$  por 180 grados

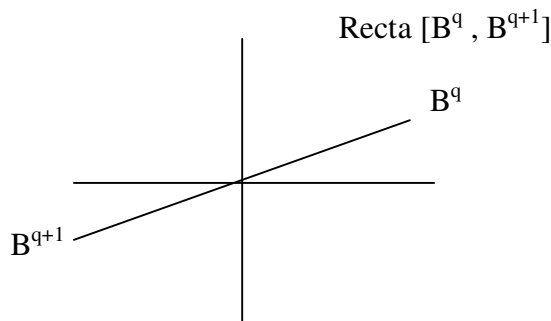
El punto que representa a  $B^{1/3}$  esta en un ángulo de 60 grados, si le sumamos 1 a la potencia se obtiene  $B^{1+(1/3)} = B^{3/3+1/3} = B^{4/3}$

o sea que el punto simétrico a  $B^{1/3}$  es el punto  $B^{4/3}$  que se encuentra en el ángulo que esta a 240 grados

En general el punto simétrico de un numero  $B^q$  es  $B^{q+1}$  y se encuentran a 180 grados

### ***La recta $[B^q, B^{q+1}]$***

Si se unen los puntos  $B^q$  y  $B^{q+1}$  se forma la recta  $[B^q, B^{q+1}]$



Si  $q$  es diferente de 0 la recta  $[B^q, B^{q+1}]$  es ortogonal a  $[B^{0/2}, B^{2/2}]$  o  $[1, -1]$

Si  $q$  es diferente de  $1/2$  la recta  $[B^q, B^{q+1}]$  es ortogonal a  $[B^{1/2}, B^{3/2}]$  o  $[i, -i]$

Si  $q$  es diferente de 0 o  $1/2$  la recta  $[B^q, B^{q+1}]$  describe una dimensión diferente a las tradicionales del plano complejo  $[1, -1]$  e  $[i, -i]$

O sea que *cada pareja  $[B^q, B^{q+1}]$ ,  $q$  elemento de los números racionales representa una dimensión*

*Al espacio conformado por todas las dimensiones posibles de la forma  $[B^q, B^{q+1}]$ , lo denomino espacio  $Q$ complejo, el numero de dimensiones  $Q$ complejo naturales, entera y racionales es infinito*

Como se comento anteriormente, estas rectas NO están en el plano real, están en el espacio Bcomplejo, que “visualmente” ocupen posiciones similares a las rectas en el plano real no quiere decir que sean lo mismo, son ejes y puntos en el espacio Bcomplejo, que se visualizan en espacios similares a los reales pero corresponden a punto y espacios Bcomplejos.

### ***Números y espacios Rcomplejos, con Potencias Reales de -1 $B^r$***

el numero de dimensiones Bcomplejo reales es transfinito y crean un espacio continuo dimensional

<http://www.fgalindosoria.com/transfinitoydinamicadimensional/>

Así como se representa  $B^{1/2}$  o  $B^{2/2}$  o  $B^{1/3}$  se puede representar por ejemplo  $B^r$  donde  $r$  es un número real.

$$B^r = (-1)^r \quad r \text{ por } 180 \text{ queda a } 180r \text{ grados}$$

En general  $B^r = (-1)^r$  donde  $r$  es real se puede representar como el punto que se encuentra a una distancia de 1 unidad del centro y a un ángulo de  $r$  por 180 grados

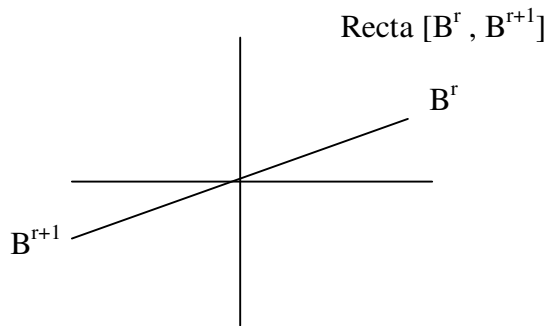
El punto que representa a  $B^r$  está en un ángulo de  $180r$  grados, si le sumamos 1 a la potencia se obtiene  $B^{1+r} = B^{(1+r)180} = B^{180+180r}$

o sea que el punto simétrico a  $B^r$  es el punto  $B^{r+1}$  que se encuentra en el ángulo que está a 180 grados de  $B^r$

En general el punto simétrico de un número  $B^r$  es  $B^{r+1}$  y se encuentran a 180 grados

### ***La recta real $[B^r, B^{r+1}]$***

Si se unen los puntos  $B^r$  y  $B^{r+1}$  se forma la recta  $[B^r, B^{r+1}]$  donde  $r$  es Real



Si  $r$  es diferente de 0 la recta  $[B^r, B^{r+1}]$  es ortogonal a  $[B^{0/2}, B^{2/2}]$  o  $[1, -1]$

Si  $r$  es diferente de  $1/2$  la recta  $[B^r, B^{r+1}]$  es ortogonal a  $[B^{1/2}, B^{3/2}]$  o  $[i, -i]$

Si  $r$  es diferente de 0 o  $1/2$  la recta  $[B^r, B^{r+1}]$  describe una dimensión diferente a las tradicionales del plano complejo  $[1, -1]$  e  $[i, -i]$

*O sea que cada pareja  $[B^r, B^{r+1}]$ ,  $r$  elemento de los números reales representa una dimensión*

*Al espacio conformado por todas las dimensiones posibles de la forma  $[B^r, B^{r+1}]$ , lo denomino espacio  $R$  complejo, el número de dimensiones  $R$  complejas naturales, enteras y racionales, reales es mayor que infinito, ya que la cardinalidad de  $R$  es mayor que el infinito discreto de los números naturales*

Como se comentó anteriormente, estas rectas NO están en el plano real, están en el espacio  $B$  complejo, que “visualmente” ocupen posiciones similares a las rectas en el plano real no quiere decir que sean lo mismo, son ejes y puntos en el espacio  $B$  complejo, que se visualizan en espacios similares a los reales pero corresponden a punto y espacios  $B$  complejos.

Con el mismo razonamiento se desarrollan los siguientes espacios  $B$  complejos

*Números y espacios con Potencias complejas de  $-1$   $B^c$*

*Números y espacios con Potencias  $B$  complejas de  $-1$   $B^{Bc}$*

**Representación de los espacios  $B$  complejos con la transformada Dimensión / Valor**

[http://www.fgalindosoria.com/transfinitoydinamicadimensional/dimensionvalor/dim\\_va2.pdf](http://www.fgalindosoria.com/transfinitoydinamicadimensional/dimensionvalor/dim_va2.pdf)

[http://www.fgalindosoria.com/transfinitoydinamicadimensional/dimensionvalor/dim\\_va2.htm](http://www.fgalindosoria.com/transfinitoydinamicadimensional/dimensionvalor/dim_va2.htm)

## ANEXOS

Espacios imaginarios

Espacios ortogonales

Base

Linealmente independientes

A y B son linealmente independientes si existe x elemento de A que no se puede representar como una función lineal de B y existe y elemento de B que no se puede representar como una función lineal de A

Dimensión