

Escuela Superior de Computo ESCOM

Instituto Politécnico Nacional

*Representación de la estructura
profunda del ruido 1/f mediante la
ecuación de la naturaleza*

Fernando Galindo Soria

www.fgalindosoria.com

fgalindo@ipn.mx

Cd. de México a 9 de Junio del 2004

MÉXICO

Los ruidos de colores representan patrones característicos de muchos fenómenos naturales

en particular el ruido $1/f$ o rosa se presenta en gran cantidad de fenómenos, como los terremotos, el comportamiento de la bolsa, distribución de montañas y muchos más, reflejando la estructura de los fenómenos donde aparece

en este trabajo analizaremos esa estructura y la representaremos gramaticalmente

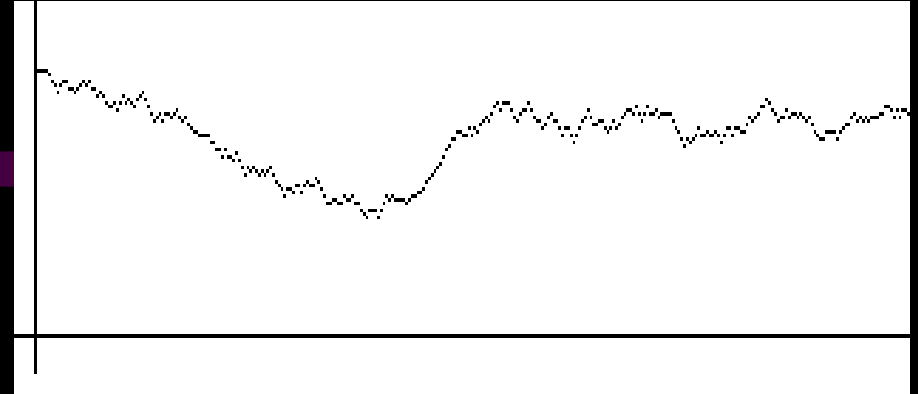
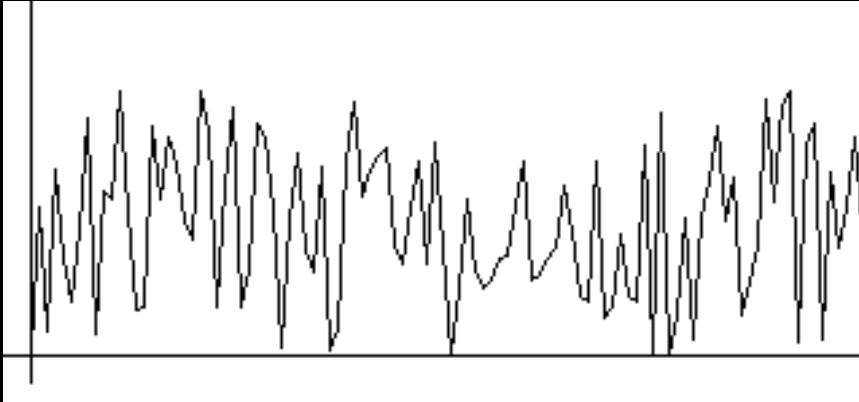
para lo cual, se analiza el algoritmo de Richard F. Voss para generar ruido 1/f,

tanto en su estructura superficial (lanzamiento de dados)

como en su estructura profunda (generación de la secuencia en la que se lanzan los dados),

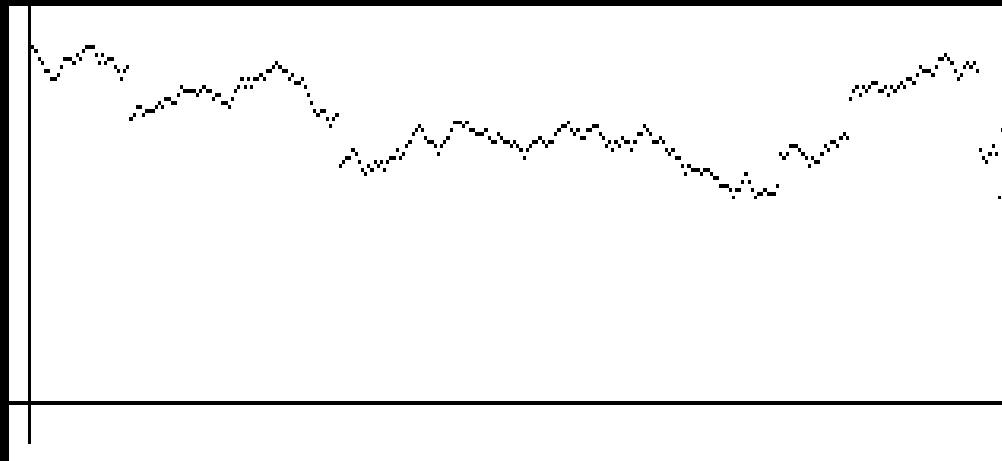
mostrándose que su estructura profunda se puede representar mediante reglas de producción que son casos particulares de la ecuación de la naturaleza $S \rightarrow e * S *$

Graficas generadas con diferentes tipos de ruidos



Grafica de Ruido Blanco

Grafica de Ruido Browniano



Grafica de Ruido 1/f o rosa

ejemplos de aplicación del ruido 1/f o rosa

Procesamiento digital de señales

Análisis de redes de tránsito

Análisis de datos financieros

Biología

Astronomía

Análisis del DNA

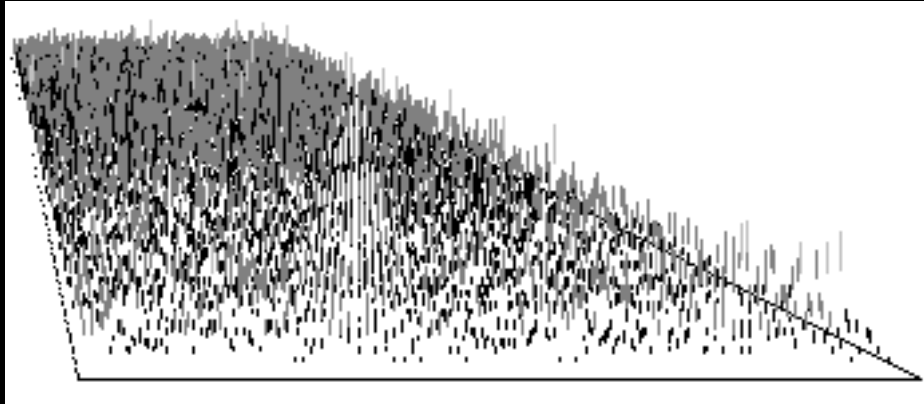
Música y voz

Tratamiento de lenguaje natural

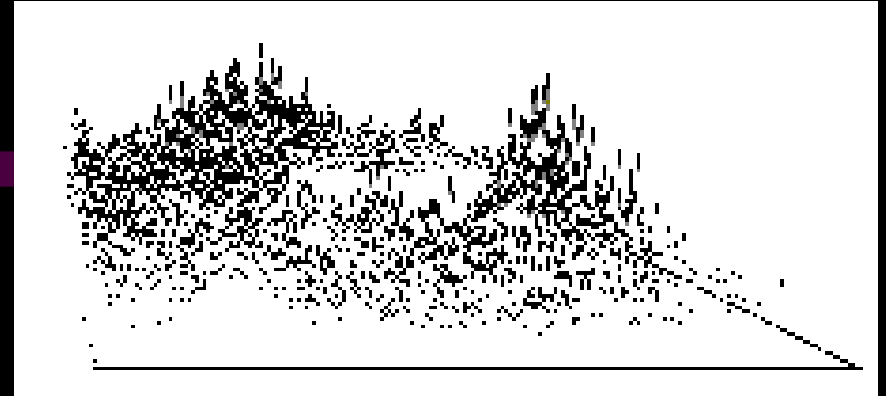
Etc.

<http://www.nslj-genetics.org/wli/1fnoise/>

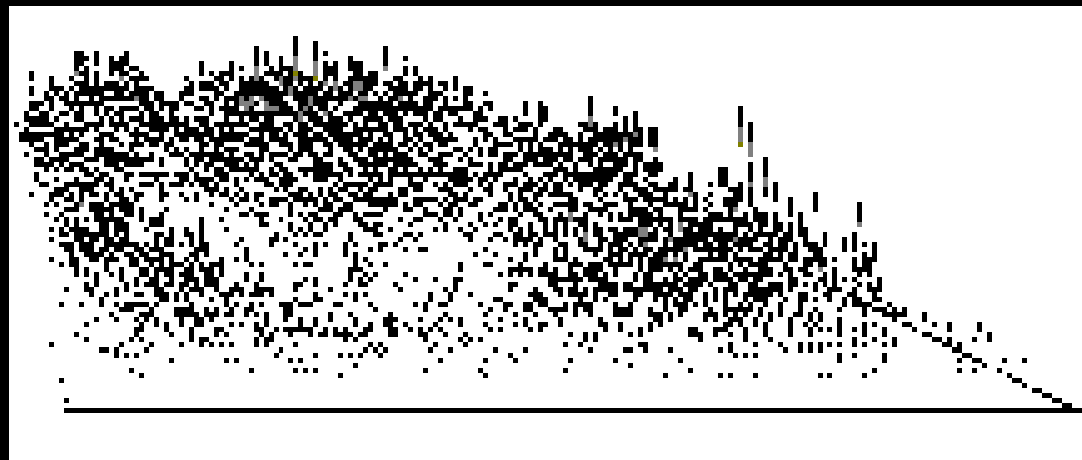
Ejemplos de paisajes generados con diferentes tipos de ruidos



Paisaje Aleatorio o Blanco

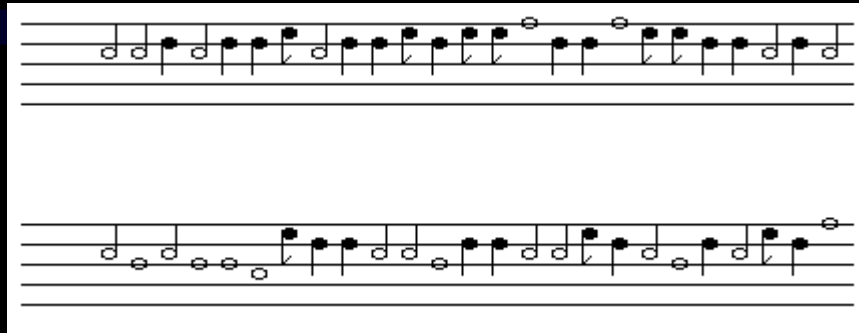


Paisaje Browniano



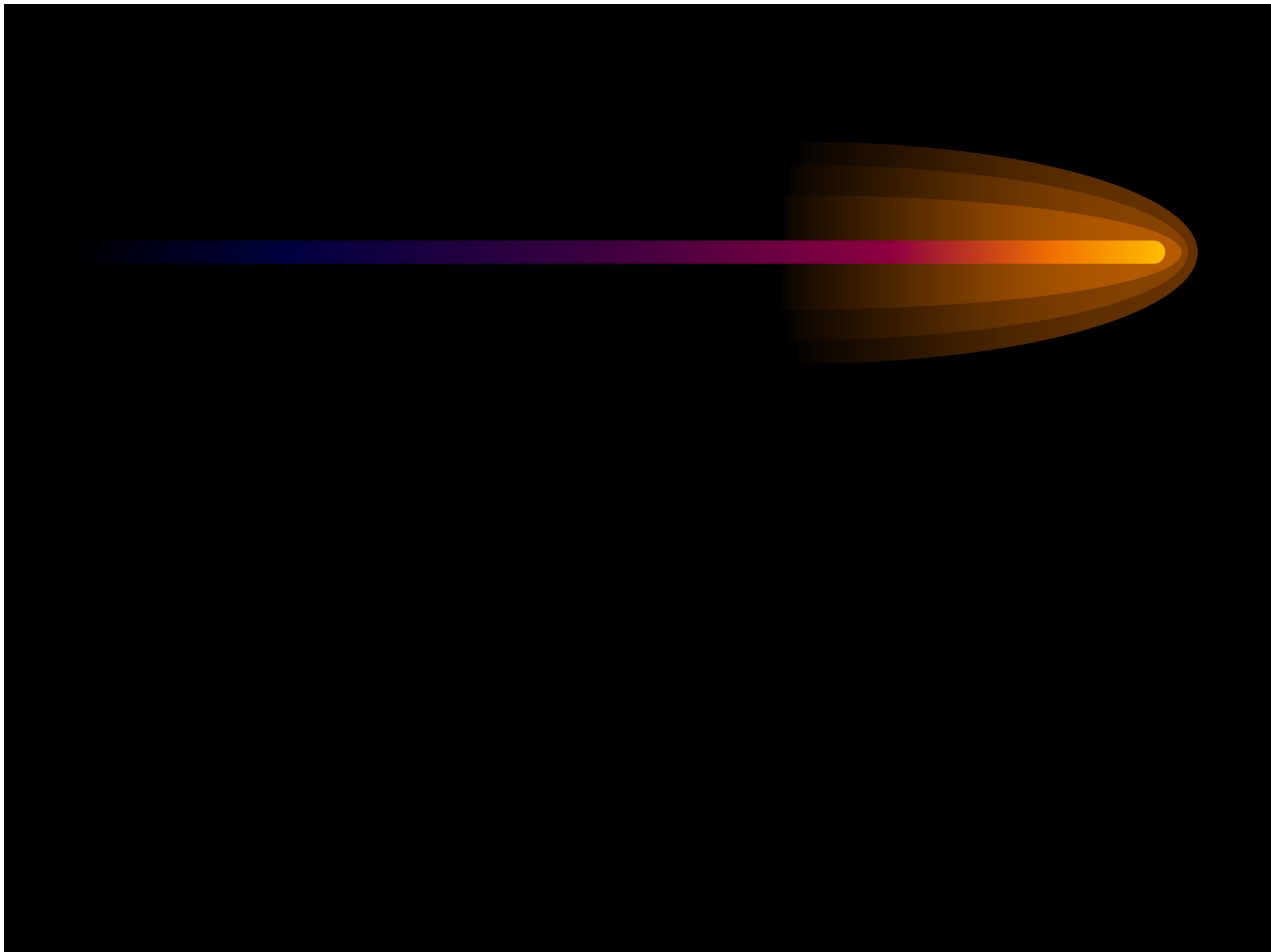
Paisaje de colores

Partitura generada con ruido rosa o $1/f$

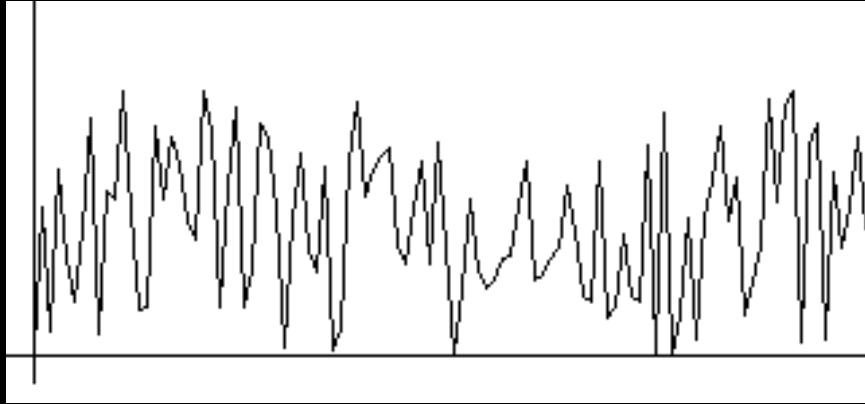


Tomado de La Música y los fractales

<http://eo.ccu.uniovi.es/llamaquique/virtual/docencia/musica/fractal/fractal.htm>

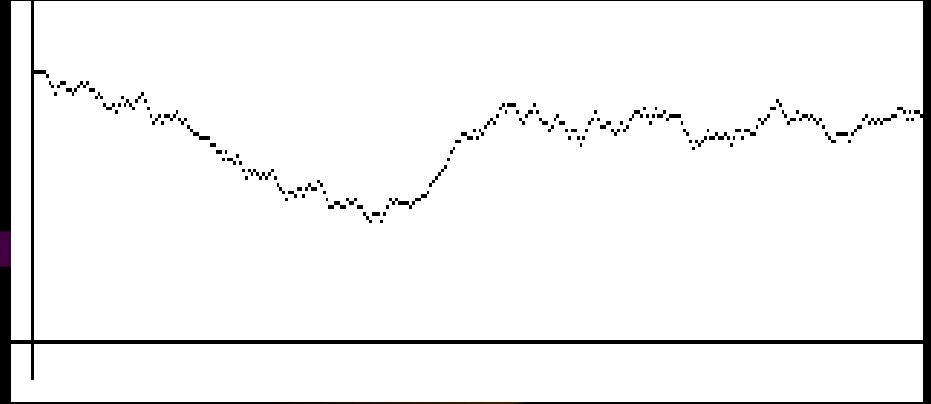


Algoritmos para generar diferentes tipos de ruidos



Ruido Blanco

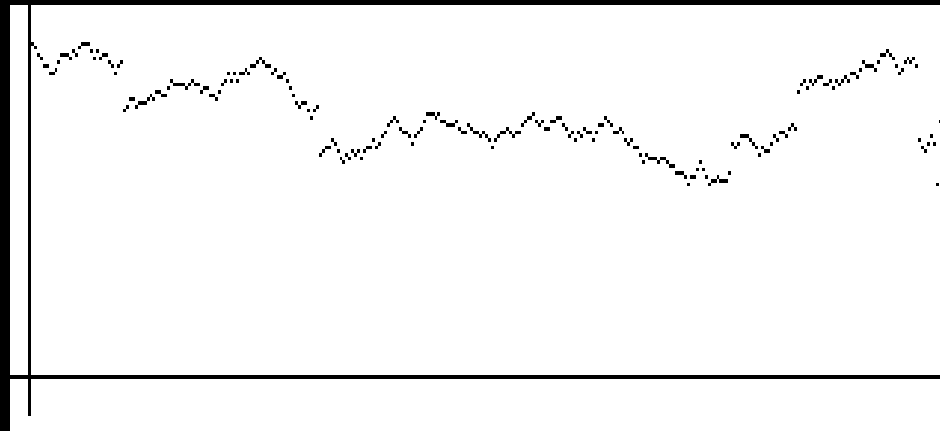
`y = random(1000)`



Ruido Browniano

`y += random(3)`

`y += random(7) - 3`



Grafica de Ruido de Colores

?

Algoritmo de Richard F. Voss para generar ruido $1/f$

Martin Gardner “Música blanca y música parda, curvas fractales y fluctuaciones del tipo $1/f$ ” (White and brown music, fractal curves, and one-over-f noise, en Scientific American, abril de 1978)

En este algoritmo se pueden visualizar dos estructuras entrelazadas

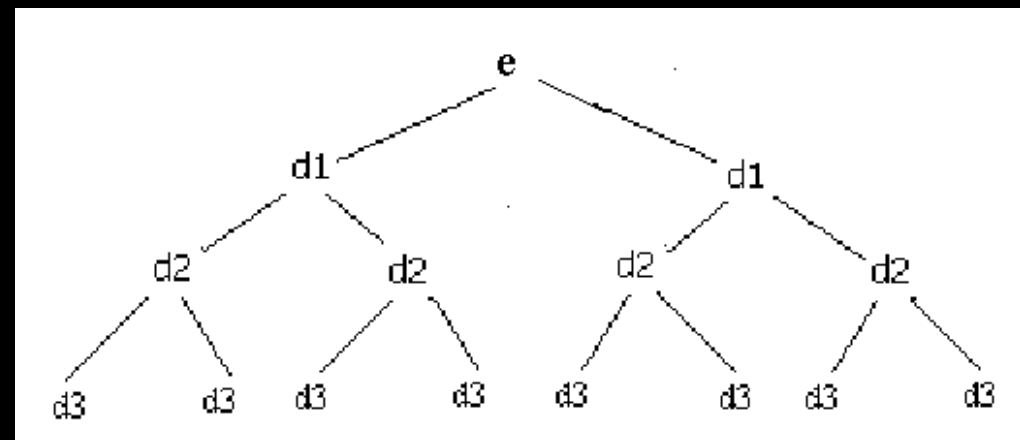
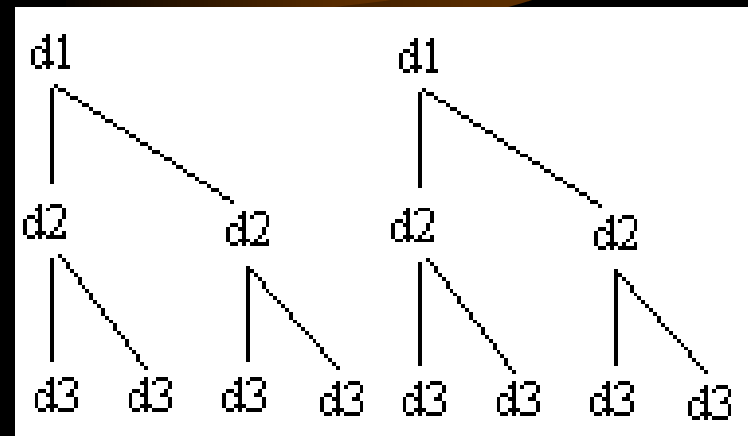
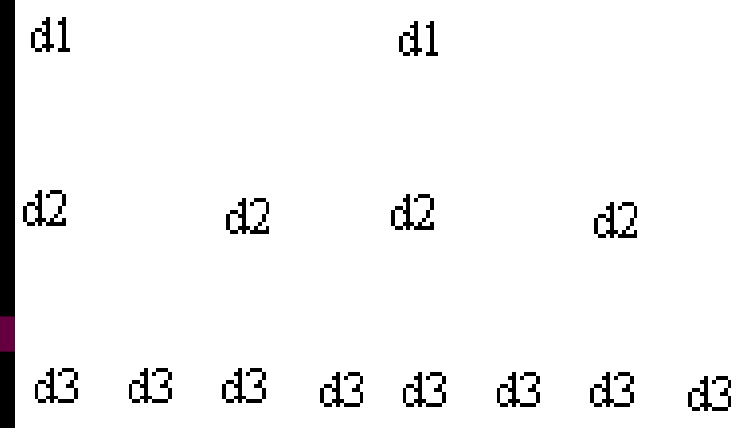
Estructura superficial, basa en la generación de números aleatorios (lanzamiento de dados)

Estructura profunda, que indica el orden en que se deben lanzar estos dados, (siguiendo la secuencia marcada por los cambios que se presentan en una sucesión de números binarios)

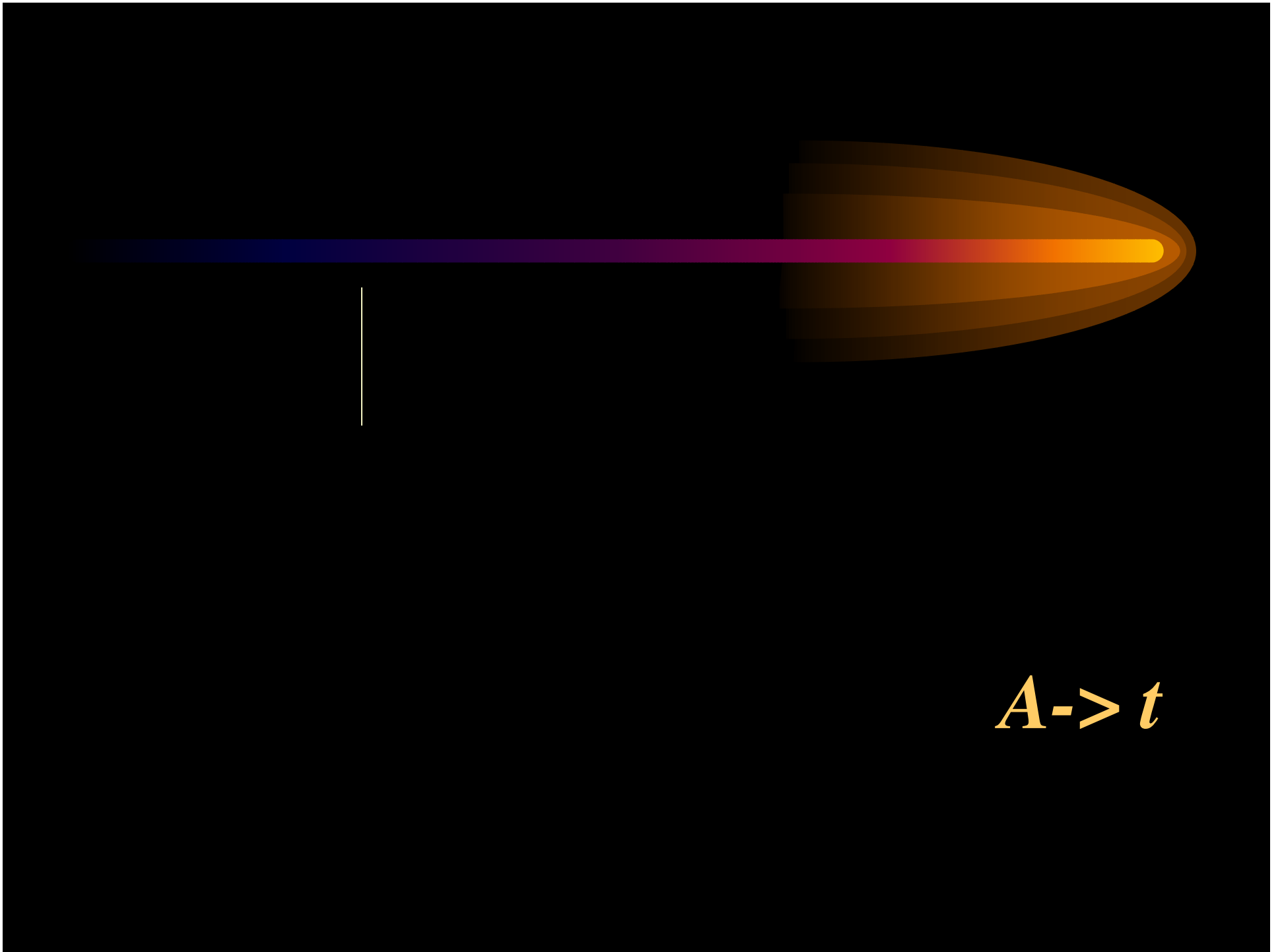
| Valor del bit correspondiente a cada dado | | | | Dado que se lanza | | |
|---|-------|-------|-------|-------------------|-------|-------|
| | d_1 | d_2 | d_3 | | | |
| | 0 | 0 | 0 | d_1 | d_2 | d_3 |
| | 0 | 0 | 1 | | | d_3 |
| | 0 | 1 | 0 | | d_2 | d_3 |
| | 0 | 1 | 1 | | | d_3 |
| | 1 | 0 | 0 | d_1 | d_2 | d_3 |
| | 1 | 0 | 1 | | | d_3 |
| | 1 | 1 | 0 | | d_2 | d_3 |
| | 1 | 1 | 1 | | | d_3 |

Tabla 2.1 Secuencia de lanzamiento de tres dados de acuerdo a los cambios en los números binarios

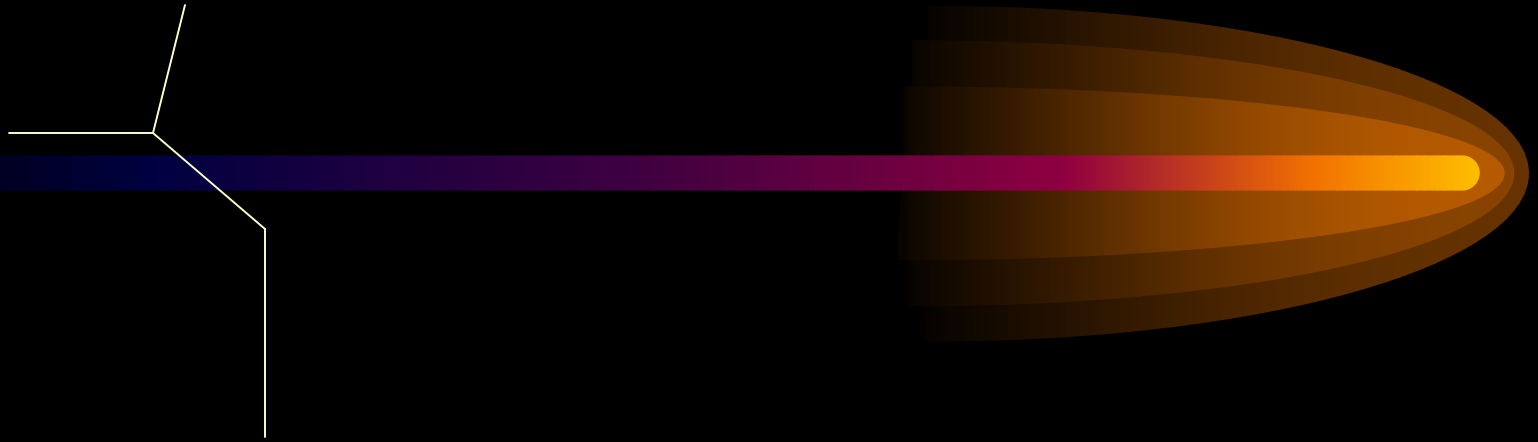
| d_1 | d_2 | d_3 | | | | |
|-------|-------|-------|--|-------|-------|-------|
| 0 | 0 | 0 | | d_1 | d_2 | d_3 |
| 0 | 0 | 1 | | | | d_3 |
| 0 | 1 | 0 | | | d_2 | d_3 |
| 0 | 1 | 1 | | | | d_3 |
| 1 | 0 | 0 | | d_1 | d_2 | d_3 |
| 1 | 0 | 1 | | | | d_3 |
| 1 | 1 | 0 | | | d_2 | d_3 |
| 1 | 1 | 1 | | | | d_3 |



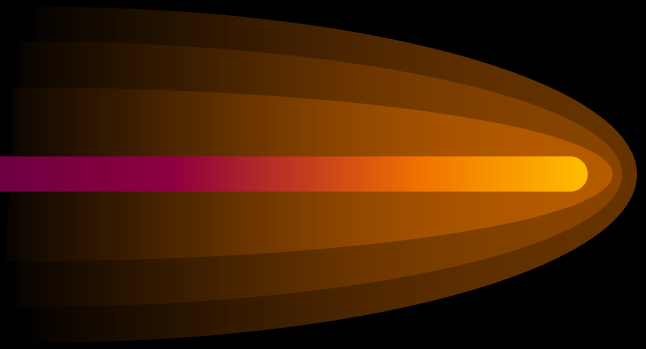
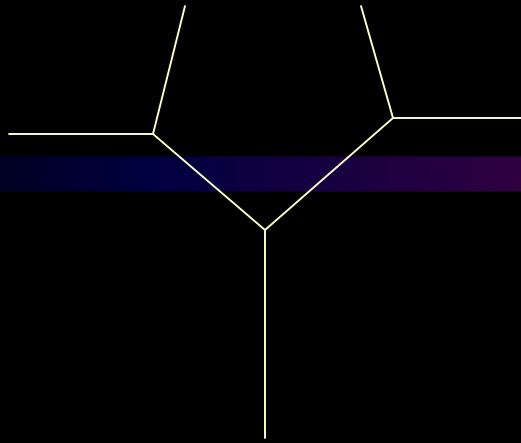
**Representación
mediante árboles
binarios de la
estructura profunda
del algoritmo de Voss**



A->t



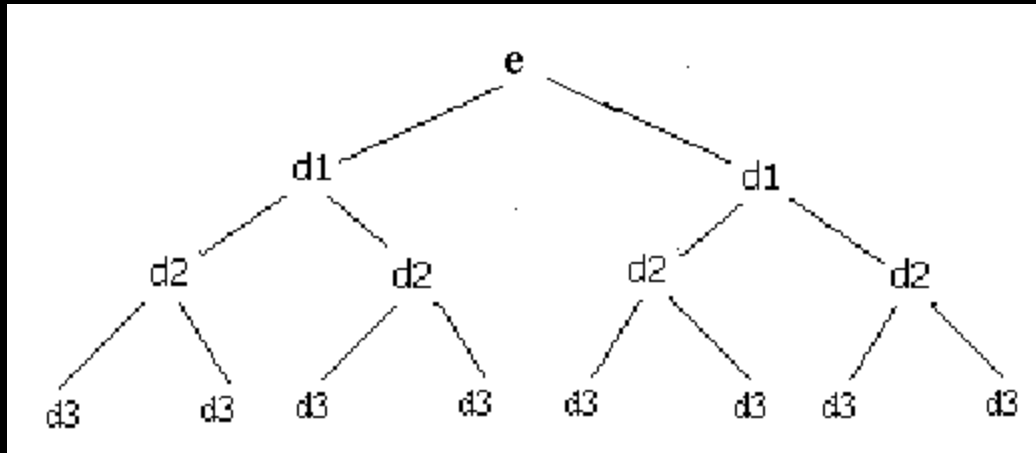
A -> t Ai



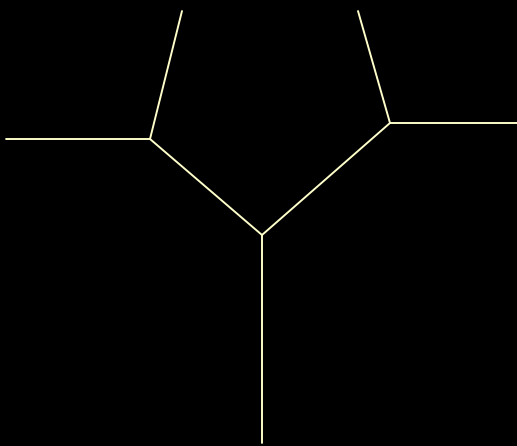
A → t Ai Ad

S → e S S

Representación gramatical de la estructura profunda del algoritmo de Voss



Los árboles binarios están formados por un tronco y dos ramas, una rama a la izquierda y una rama a la derecha.



Por lo que una forma simple de representar la estructura del algoritmo de Voss es mediante la ecuación $S \rightarrow e S S$

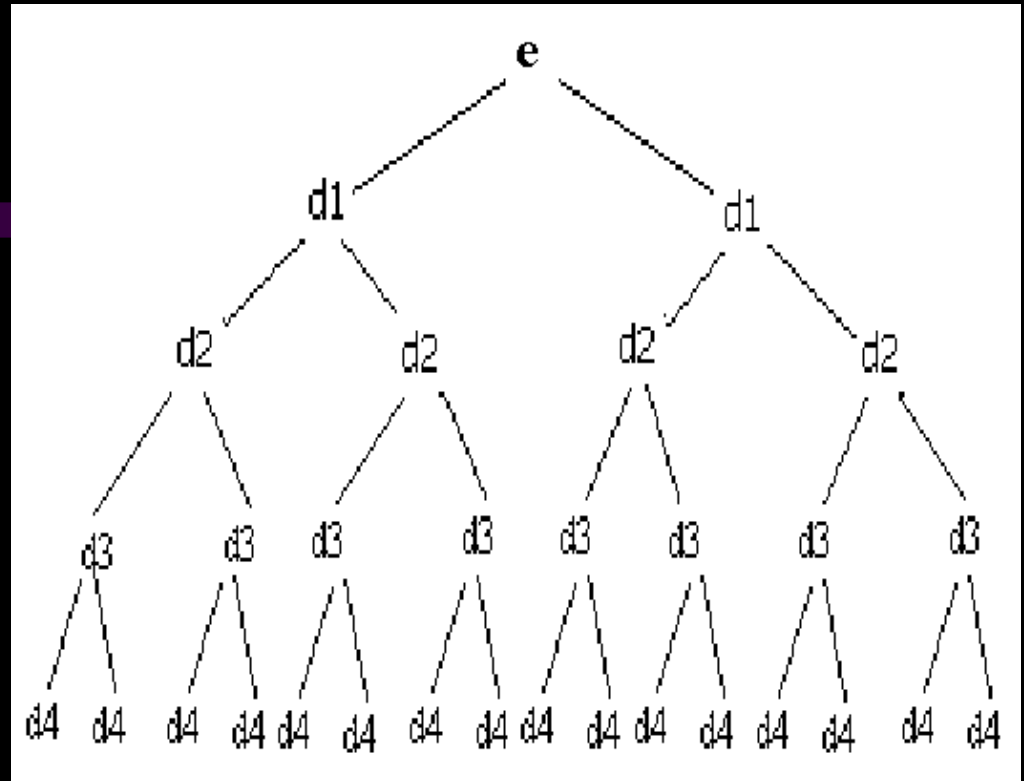
Generalización a 4 dados y árboles con 4 niveles

| Valor del bit correspondiente a cada dado | | | | | Dado que se lanza | | | |
|---|----------------|----------------|----------------|----------------|-------------------|----------------|----------------|----------------|
| | d ₁ | d ₂ | d ₃ | d ₄ | | | | |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | d ₁ | d ₂ | d ₃ | d ₄ |
| | 0 | 0 | 0 | 1 | | | | d ₄ |
| | 0 | 0 | 1 | 0 | | | d ₃ | d ₄ |
| | 0 | 0 | 1 | 1 | | | | d ₄ |
| | 0 | 1 | 0 | 0 | | d ₂ | d ₃ | d ₄ |
| | 0 | 1 | 0 | 1 | | | | d ₄ |
| | 0 | 1 | 1 | 0 | | | d ₃ | d ₄ |
| | 0 | 1 | 1 | 1 | | | | d ₄ |
| | 1 | 0 | 0 | 0 | d ₁ | d ₂ | d ₃ | d ₄ |
| | 1 | 0 | 0 | 1 | | | | d ₄ |
| | 1 | 0 | 1 | 0 | | | d ₃ | d ₄ |
| | 1 | 0 | 1 | 1 | | | | d ₄ |
| | 1 | 1 | 0 | 0 | | d ₂ | d ₃ | d ₄ |
| | 1 | 1 | 0 | 1 | | | | d ₄ |
| | 1 | 1 | 1 | 0 | | | d ₃ | d ₄ |
| | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | d ₄ |

Tabla 2.2 Secuencia de lanzamiento de los dados de acuerdo a los cambios en los números binarios, suponiendo 4 dado

Generalización a N dados y árboles con N niveles

| | | | |
|----------------|----------------|----------------|----------------|
| d ₁ | d ₂ | d ₃ | d ₄ |
| | | d ₃ | d ₄ |
| | d ₂ | d ₃ | d ₄ |
| | | d ₃ | d ₄ |
| d ₁ | d ₂ | d ₃ | d ₄ |
| | | d ₃ | d ₄ |
| | d ₂ | d ₃ | d ₄ |
| | | d ₃ | d ₄ |



$S \rightarrow e S S$

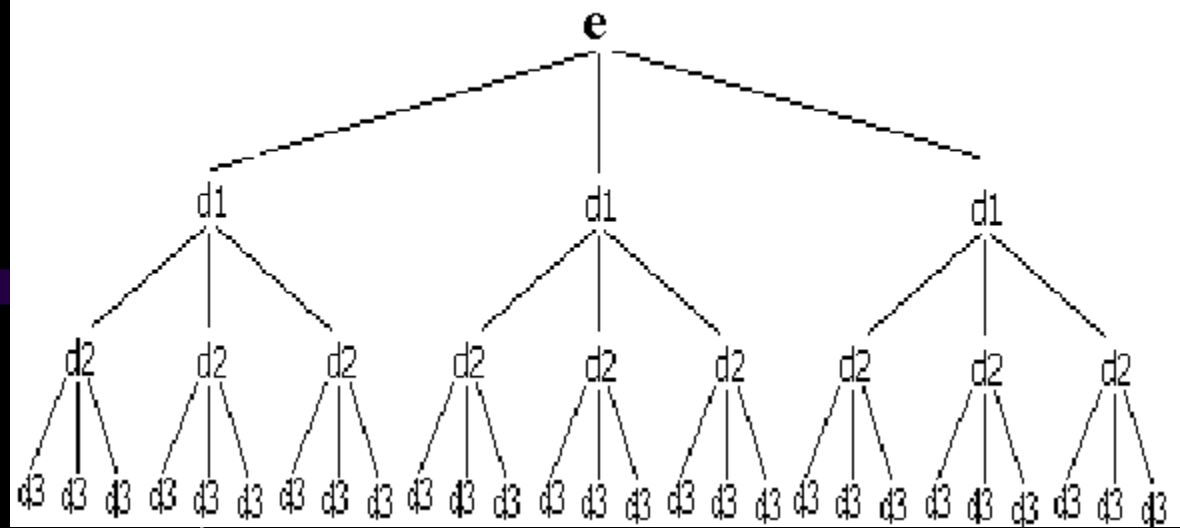
Secuencia de lanzamiento de los dados de acuerdo a los cambios en los números binarios, suponiendo 4 dados

Generalización a Números con Base 3 y Árboles con 3 ramas

*en lugar de usar
números
binarios usamos
ternarios
(números de
base 3) con tres
dados.*

| Valor del bit correspondiente a cada dado | | | Dado que se lanza | | | |
|---|-------|-------|-------------------|-------|-------|-------|
| d_1 | d_2 | d_3 | | | | |
| 0 | 0 | 0 | | d_1 | d_2 | d_3 |
| 0 | 0 | 1 | | | | d_3 |
| 0 | 0 | 2 | | | | d_3 |
| 0 | 1 | 0 | | | d_2 | d_3 |
| 0 | 1 | 1 | | | | d_3 |
| 0 | 1 | 2 | | | | d_3 |
| 0 | 2 | 0 | | | d_2 | d_3 |
| 0 | 2 | 1 | | | | d_3 |
| 0 | 2 | 2 | | | | d_3 |
| 1 | 0 | 0 | d_1 | | d_2 | d_3 |
| 1 | 0 | 1 | | | | d_3 |
| 1 | 0 | 2 | | | | d_3 |
| 1 | 1 | 0 | | | d_2 | d_3 |
| 1 | 1 | 1 | | | | d_3 |
| 1 | 1 | 2 | | | | d_3 |
| 1 | 2 | 0 | | | d_2 | d_3 |
| 1 | 2 | 1 | | | | d_3 |
| 1 | 2 | 2 | | | | d_3 |
| 2 | 0 | 0 | d_1 | | d_2 | d_3 |
| 2 | 0 | 1 | | | | d_3 |
| 2 | 0 | 2 | | | | d_3 |
| 2 | 1 | 0 | | | d_2 | d_3 |
| 2 | 1 | 1 | | | | d_3 |
| 2 | 1 | 2 | | | | d_3 |
| 2 | 2 | 0 | | | d_2 | d_3 |
| 2 | 2 | 1 | | | | d_3 |
| 2 | 2 | 2 | | | | d_3 |

| | | |
|----------------|----------------|--|
| d ₁ | d ₂ | |
| | d ₂ | |
| | d ₂ | |
| d ₁ | d ₂ | |
| | d ₂ | |
| | d ₂ | |
| d ₁ | d ₂ | |
| | d ₂ | |
| | d ₂ | |



$$S \rightarrow eSSS$$

Árbol y ecuación que representa la secuencia de lanzamiento de tres dados cuando se manejan números ternarios (de base 3)

Generalización a Números con Base m y Árboles con m ramas

*Si queremos árboles con m ramas en lugar
de números binarios o ternarios se usan
números m -arios (de base m)*

*que
generan árboles de m ramas*

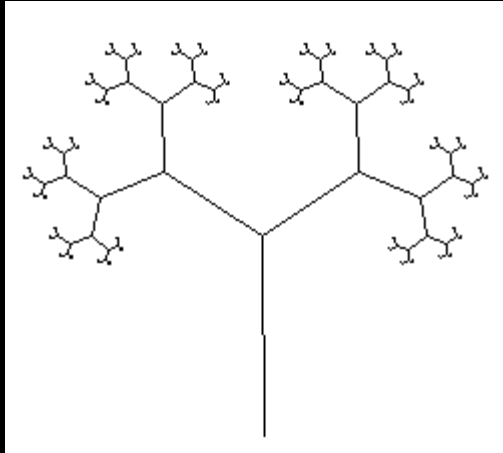
y que se representan por la ecuación

$$S \rightarrow eSS\dots S$$

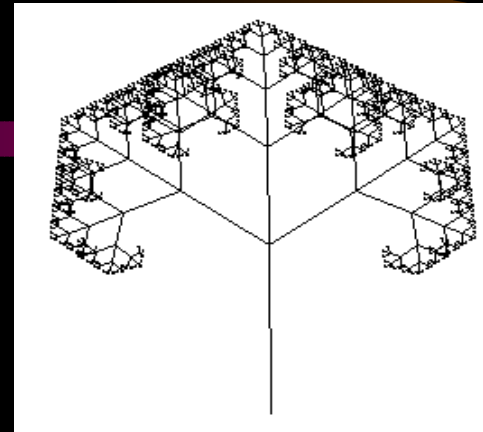
| Ecuación | Base numérica | Numero de ramas del árbol |
|-----------------------------|------------------------------|---------------------------|
| $S \rightarrow e$ | | |
| $S \rightarrow e S$ | | |
| $S \rightarrow e SS$ | 2 Binarios (0,1) | 2 |
| $S \rightarrow e SSS$ | 3 Ternarios (0,1,2) | 3 |
| $S \rightarrow e SSSS$ | 4 Cuaternarios (0,1,2,3) | 4 |
| ... | ... | |
| ... | ... | |
| $S \rightarrow e SS\dots S$ | m m-arios (0,1,2,3, ...,m-1) | m |

casos particulares de la ecuación $S \rightarrow e^* S^*$, donde e^* indica que e se puede repetir tantas veces como se quiera y S^* indica lo mismo para S

Generación de objetos naturales mediante la Ecuación de la Naturaleza $S \rightarrow e * S^*$



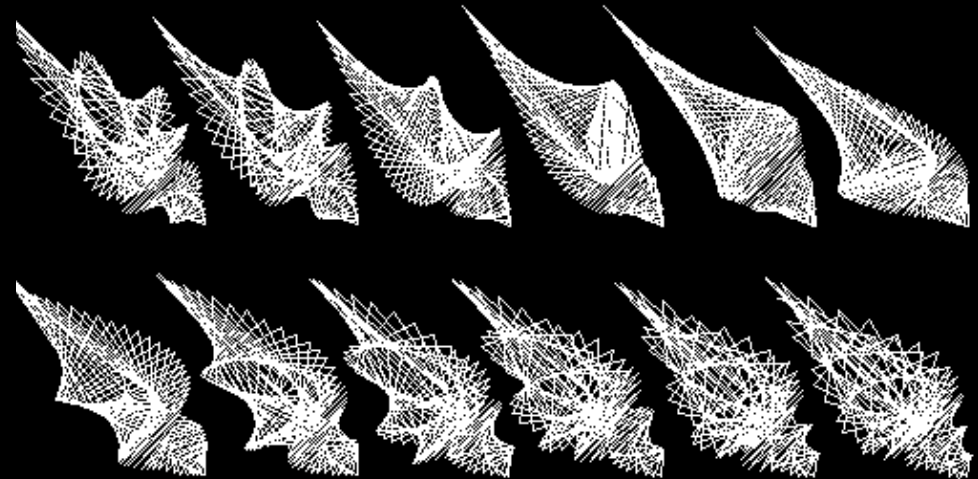
Árbol con 2 ramas generado con $A \rightarrow t AiAd$



Árbol con 3 ramas generado con $A \rightarrow t AiAcAd$



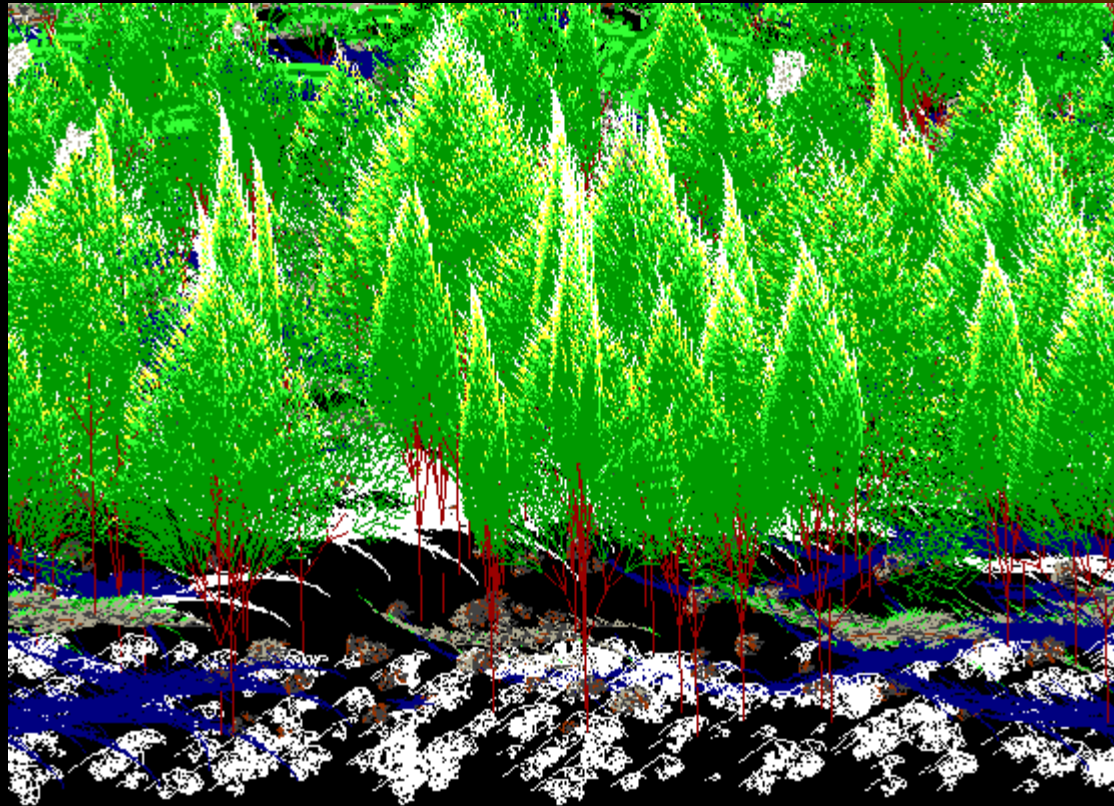
Nube generada con $A \rightarrow tAAA$



Caracoles generados con $A \rightarrow tA$

Paisaje generado con la Ecuación de la Naturaleza

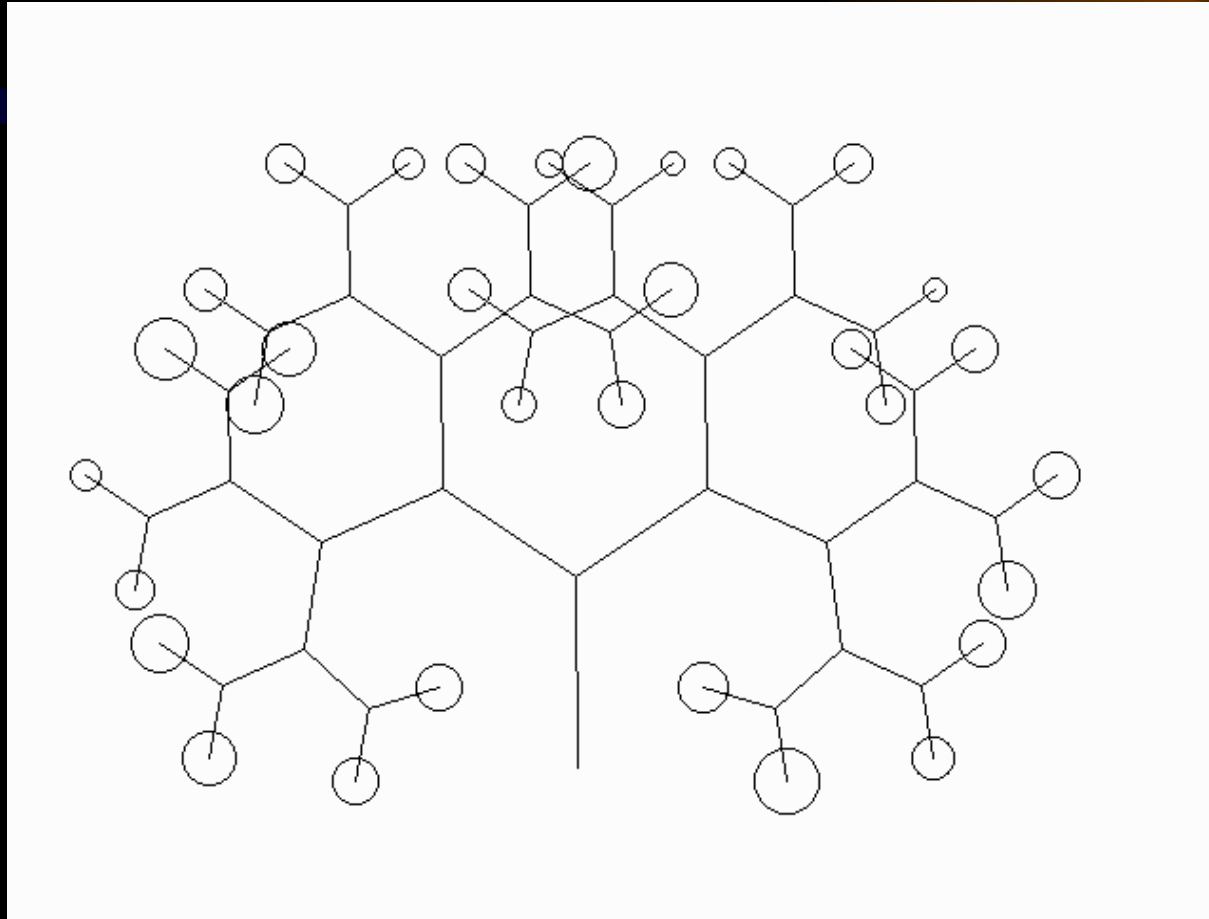
$$S \rightarrow e * S *$$



Conclusión

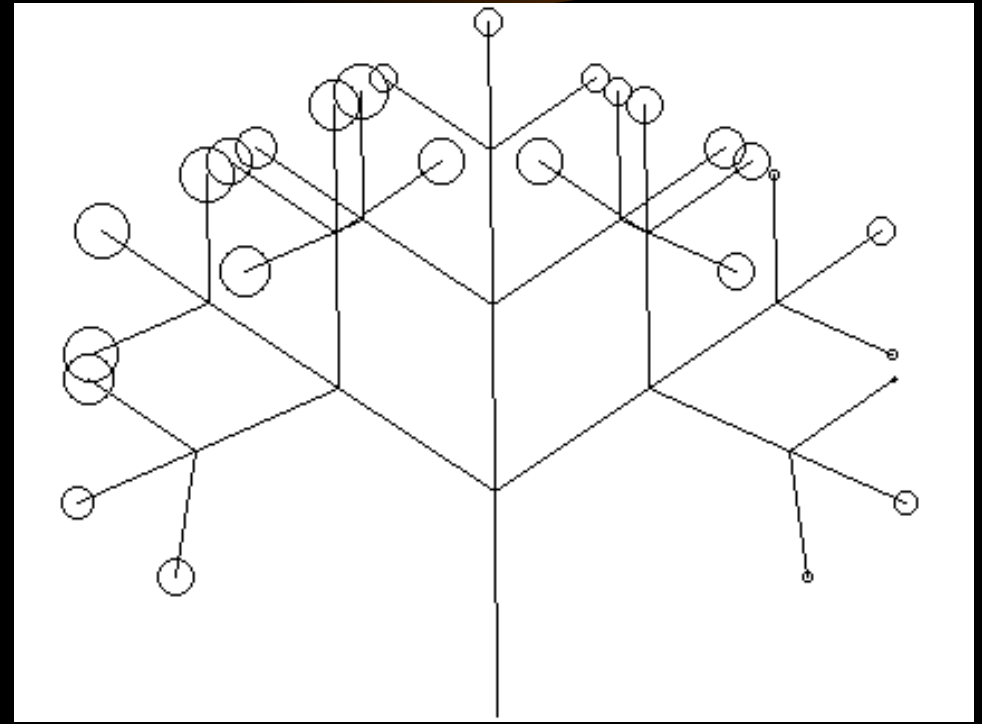
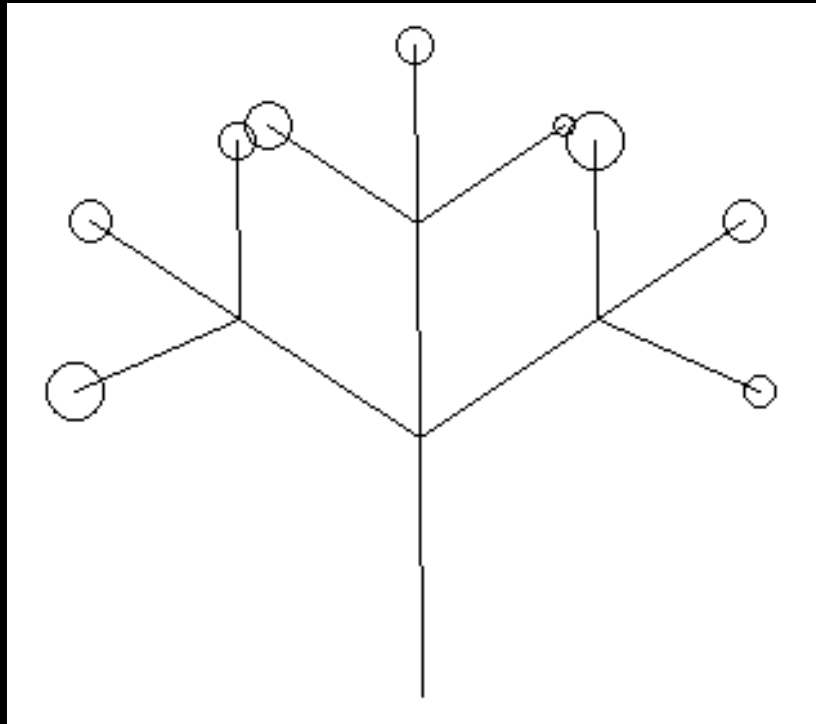
*Mostramos que los ruidos de colores y en particular el ruido $1/f$ tienen una estructura profunda de tipo arborecente que se puede representar gramaticalmente mediante la ecuación $S \rightarrow e^*S^*$*

Estructura arborescente del Ruido $1/f$



Estructura del Ruido $1/f$ con 2 ramas

Estructura del Ruido $1/f$ con 3 ramas

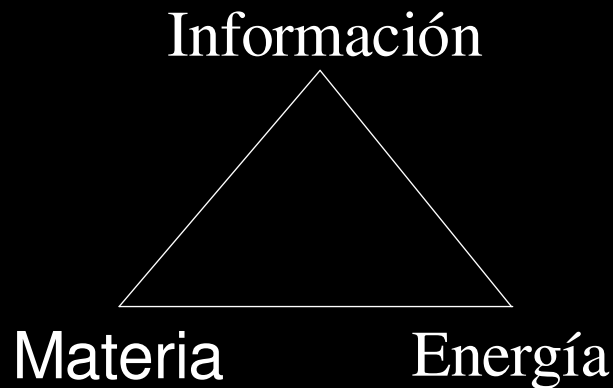


Representación de la estructura profunda del ruido 1/f mediante la ecuación de la naturaleza

Fernando Galindo Soria

fgalindo@ipn.mx

www.fgalindosoria.com



REDI

www.laredi.com

ESCOM del IPN

Escuela Superior de Cómputo

www.escom.ipn.mx

Instituto Politécnico Nacional

www.ipn.mx

MÉXICO

Estructura Profunda del Algoritmo de Voss

La estructura profunda marca la pauta de los cambios generales del sistema y en este caso nos indica el orden en que se lanzan los dados.

El mecanismo desarrollado por Voss para indicar el orden en que se lanzan los dados, se basa en la generacion de una secuencia de números binarios, donde cada bit representa a un dado, (si por ejemplo se tienen tres dados, se generan números binarios de 3 bits, obteniéndose la secuencia 000, 001,..., 111).

primero se lanzan los tres dados y se suma el resultado para tener la primera nota.

A continuación se van generando secuencialmente los números binarios,

si entre un numero binario y el que le sigue cambia el valor de algún bit se lanza el dado correspondiente a ese bit, sin tocar

los dados que no cambian,

se suma el valor de los tres dados para obtener la siguiente nota.

Generalización
a N dados (árboles con N niveles)
y Números con Base m (árboles con m ramas)

el número de niveles corresponde al número de
dígitos que forman el número,
(cada dígito corresponde a un dado)

Y el número de ramas corresponde a la base
numérica (binaria, ternaria,...) que se maneja

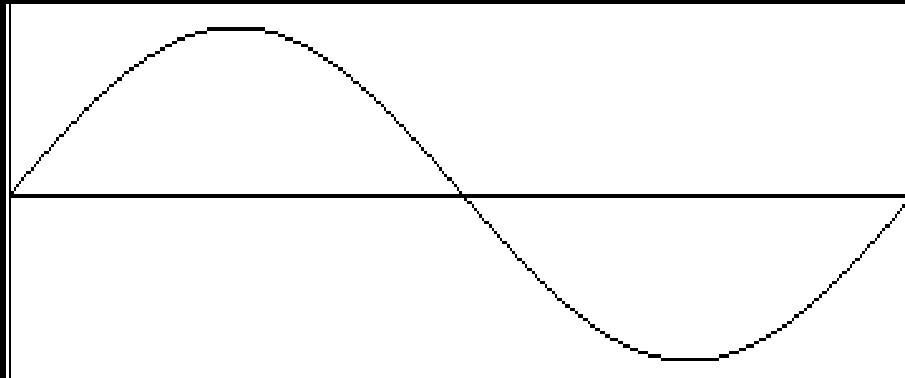
Amplitud

Frecuencia

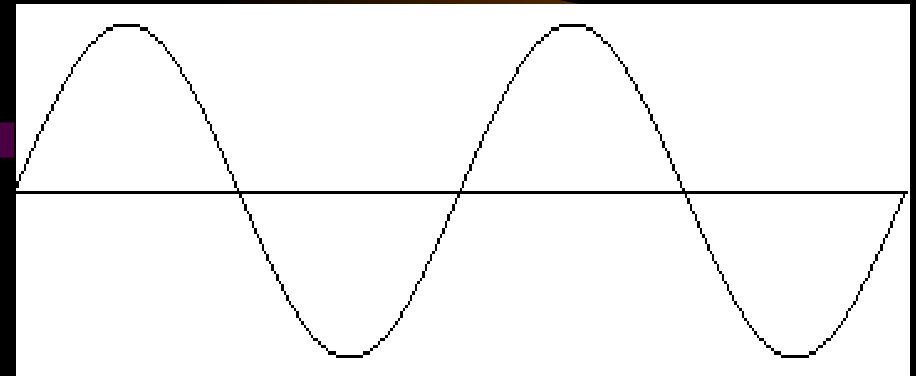
Fase



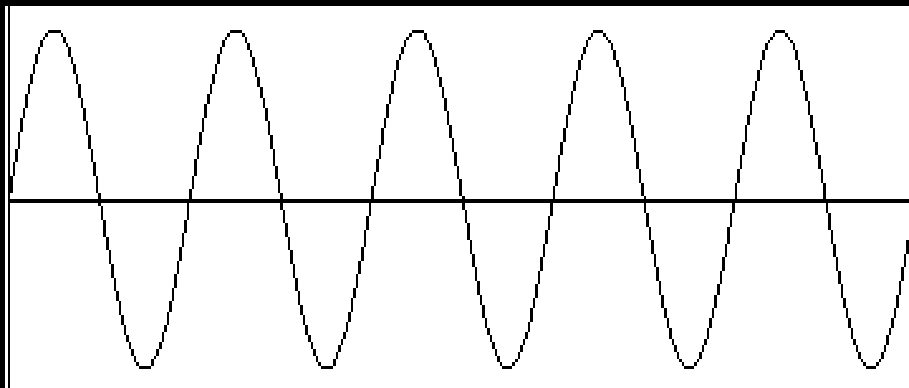
Graficas del seno con la misma amplitud y diferentes frecuencias



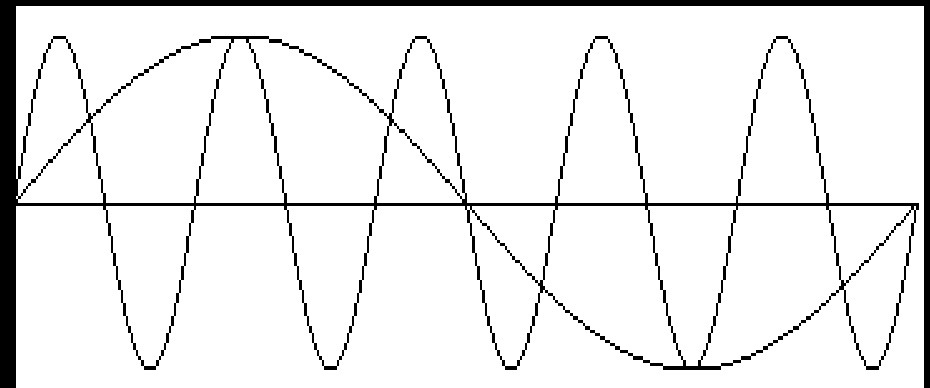
seno amplitud 1 frecuencia 5



seno amplitud 1 frecuencia 2

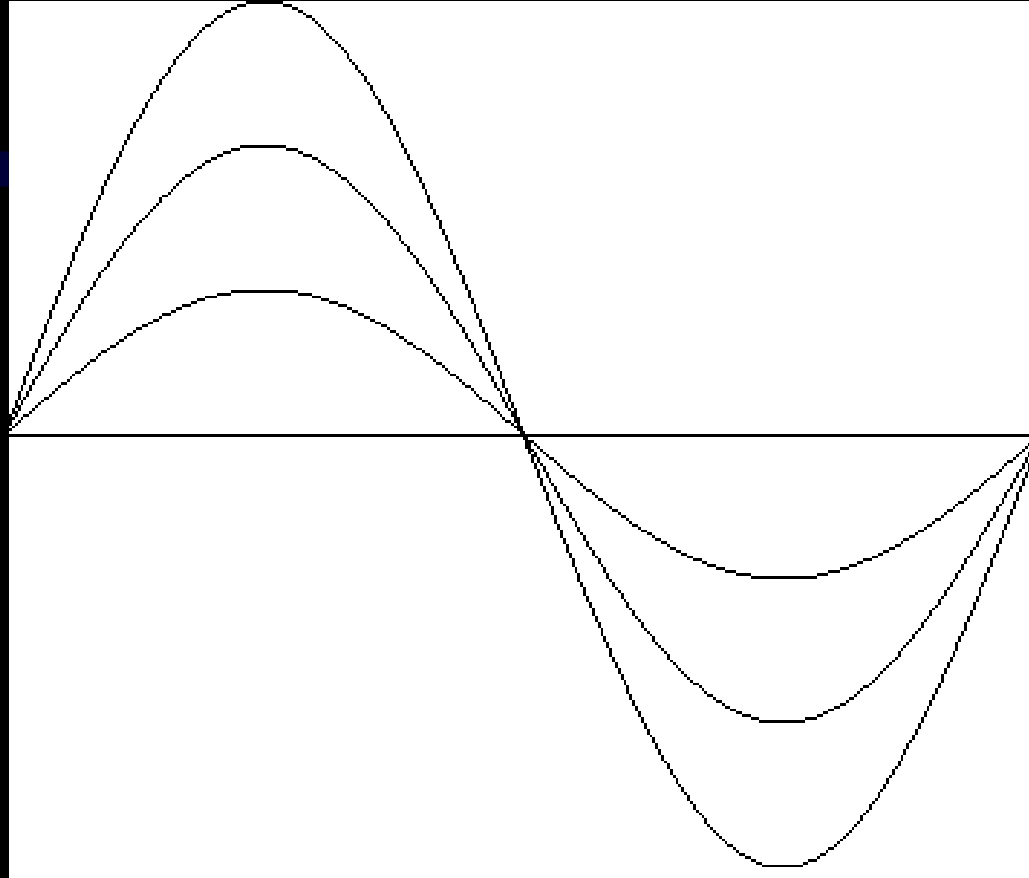


seno amplitud 1 frecuencia 1



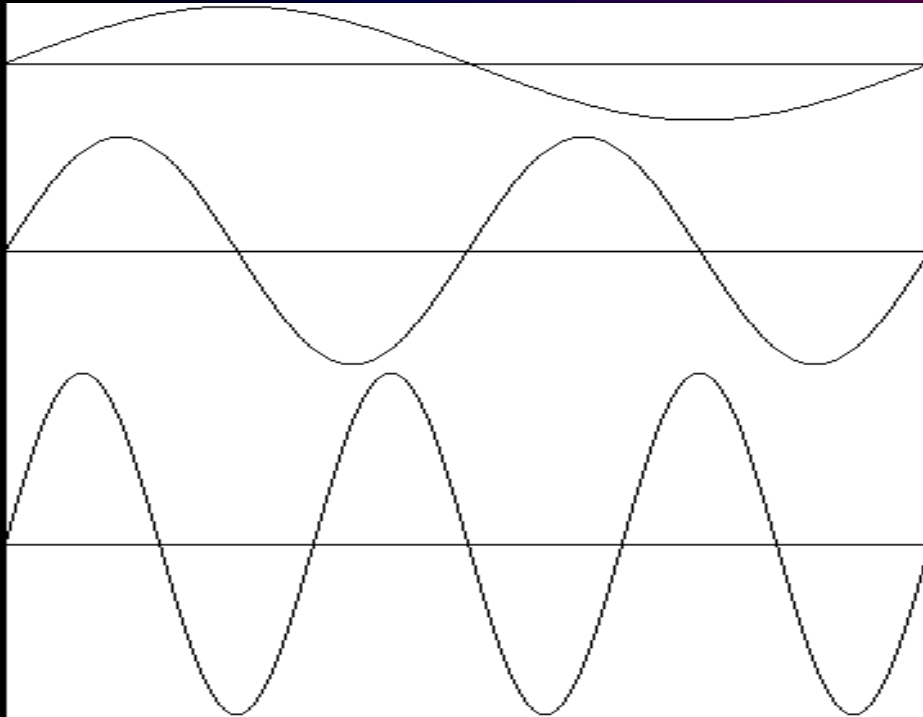
seno amplitud 1 frecuencia 1
y amplitud 1 frecuencia 5

Seno con la misma frecuencia, diferente amplitud



amplitud 1 frecuencia 1,
amplitud 2 frecuencia 1
amplitud 3 frecuencia 1

Graficas del seno con diferentes amplitudes y frecuencias

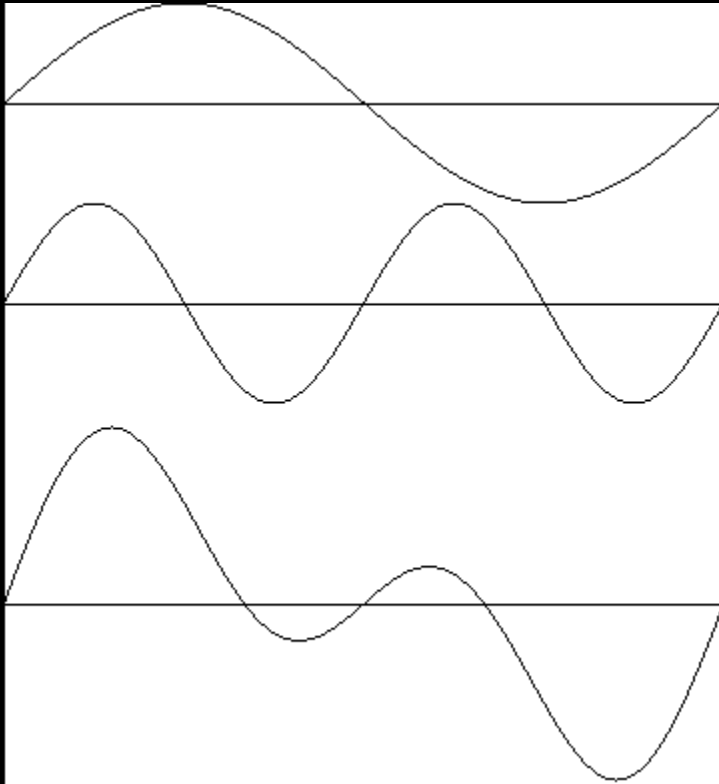


amplitud 1 frecuencia 1

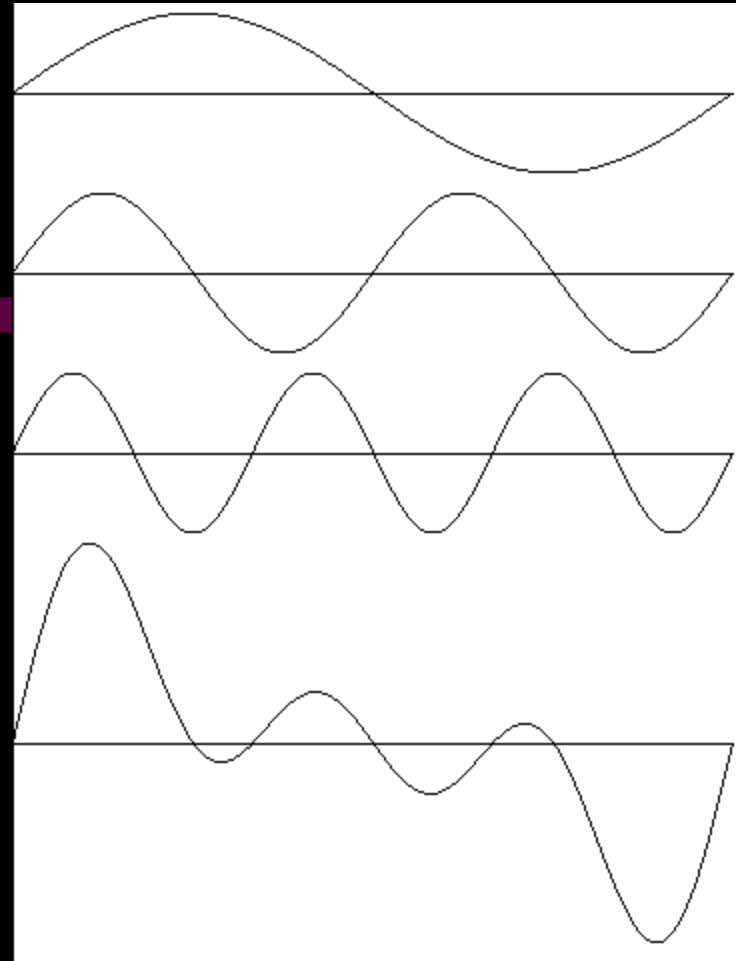
amplitud 2 frecuencia 2

amplitud 3 frecuencia 3

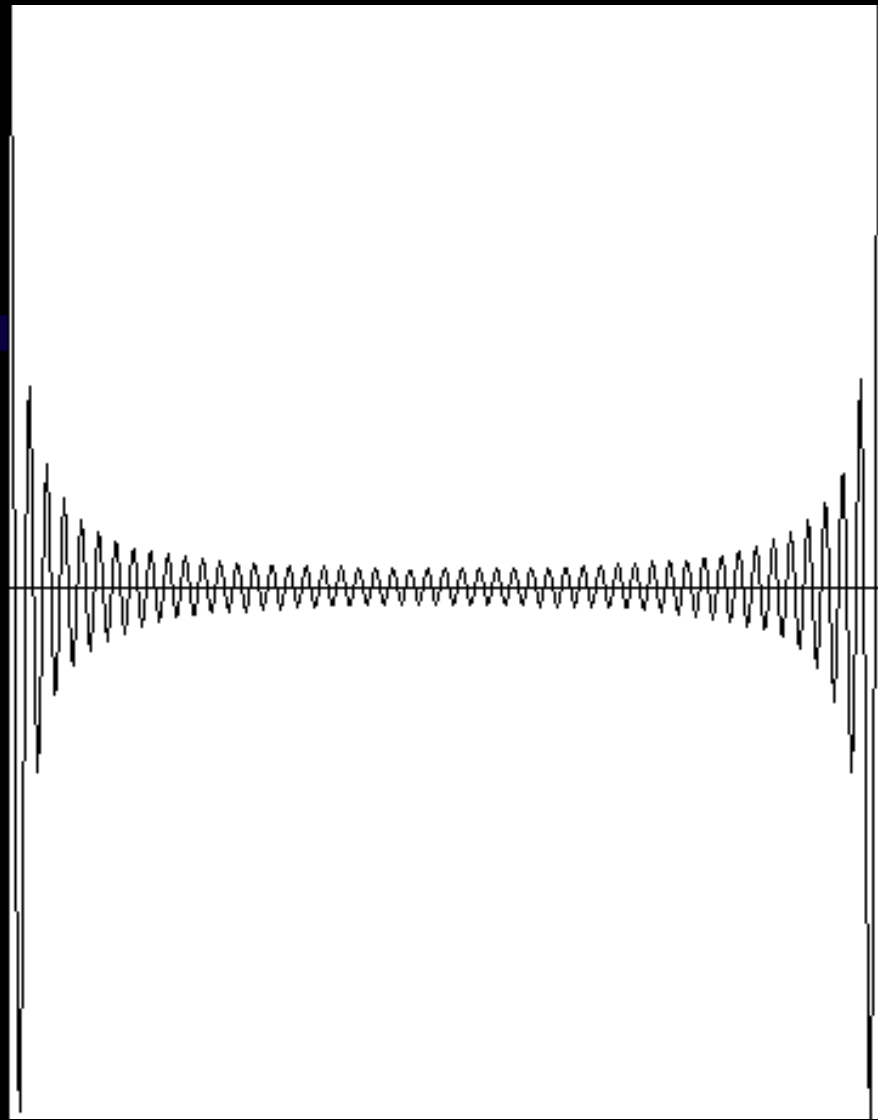
Suma de senos



suma de
seno con amplitud 1 frecuencia 1
mas
seno con amplitud 1 frecuencia 2



suma de
seno con amplitud 1 frecuencia 1 mas
seno con amplitud 1 frecuencia 2 mas
seno con amplitud 1 frecuencia 3

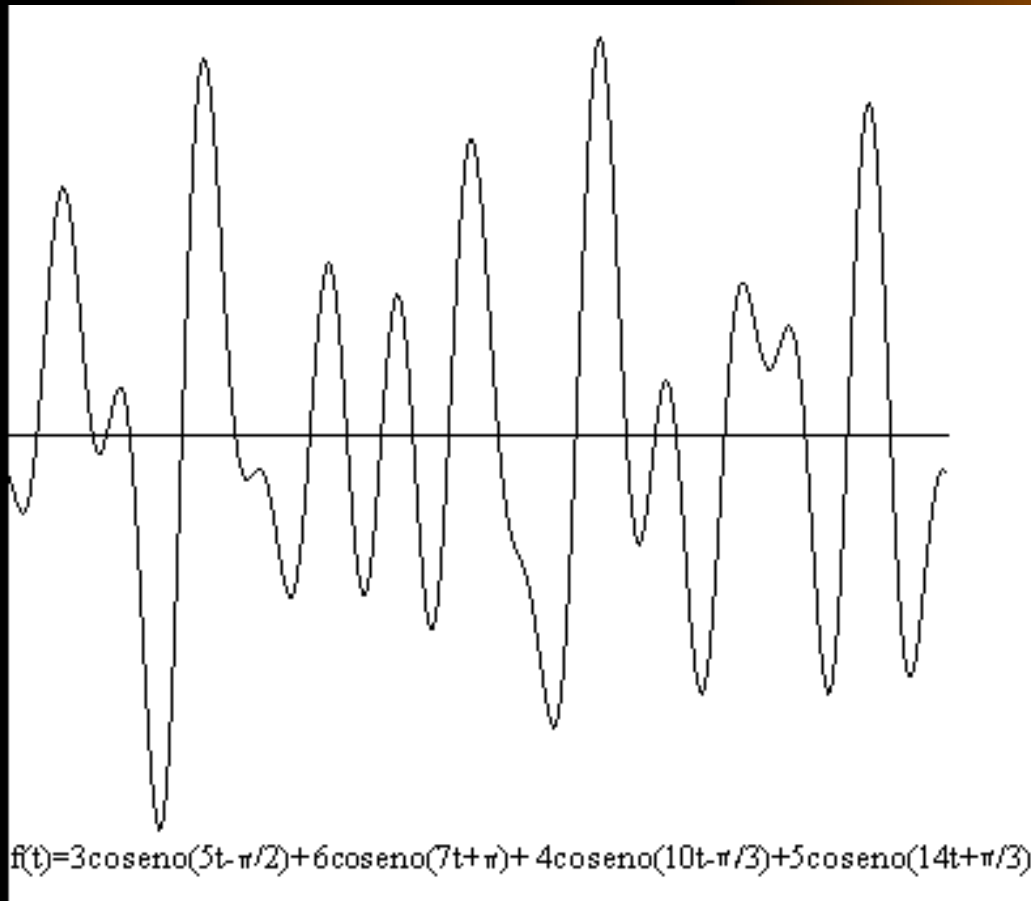


Grafica de la función

$$f(t) = 1\cos(1t) + 2\cos(2t) + 3\cos(3t) + 4\cos(4t) + \dots + 50\cos(50t)$$

Grafica de la función

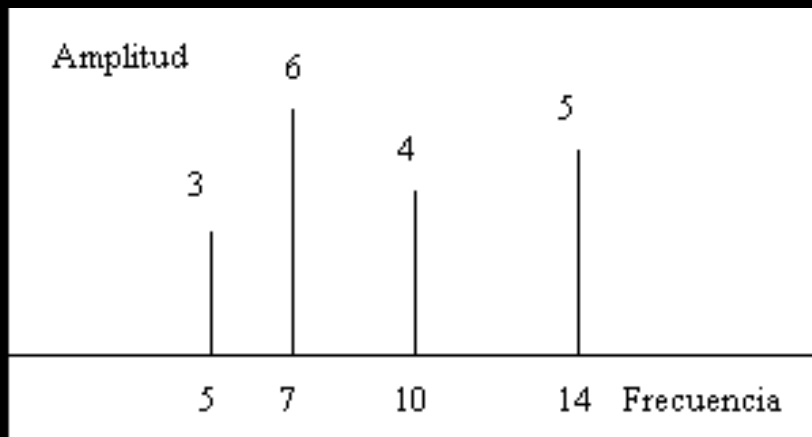
$$f(t) = 3\cos(5t - \pi/2) + 6\cos(7t + \pi) + 4\cos(10t - \pi/3) + 5\cos(14t + \pi/3)$$



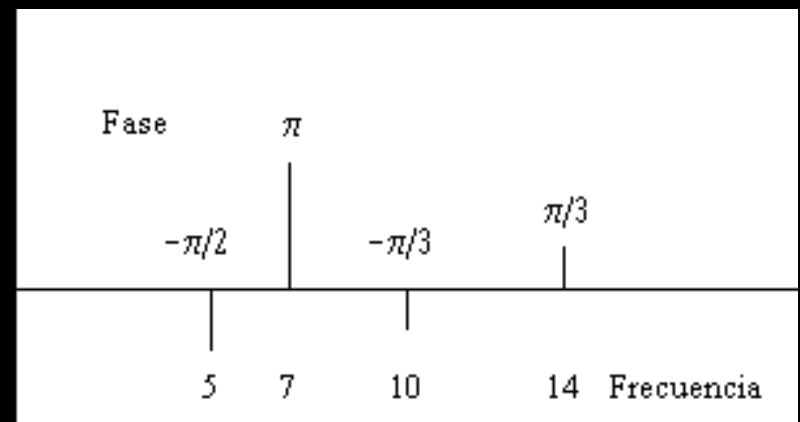
espectro de frecuencia de la función

$$f(t)=3\cos(5t-\pi/2)+6\cos(7t+\pi)+4\cos(10t-\pi/3)+5\cos(14t+\pi/3)$$

| función $f(t)$ | amplitud | frecuencia | fase |
|-------------------------|----------|------------|----------|
| $3 \cos(5t - \pi/2) +$ | 3 | 5 | $-\pi/2$ |
| $6 \cos(7t + \pi) +$ | 6 | 7 | π |
| $4 \cos(10t - \pi/3) +$ | 4 | 10 | $-\pi/3$ |
| $5 \cos(14t + \pi/3)$ | 5 | 14 | $\pi/3$ |

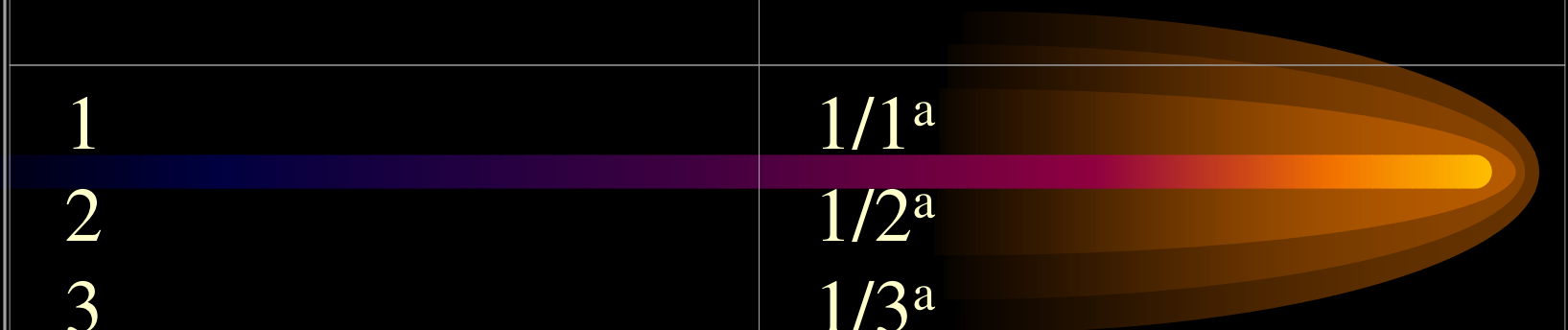


Espectro de Frecuencias Amplitud



Espectro de Frecuencias Fase

| Frecuencia | Amplitud |
|------------|----------|
| 1 | $1/1^a$ |
| 2 | $1/2^a$ |
| 3 | $1/3^a$ |
| 4 | $1/4^a$ |
| ... | ... |
| n | $1/n^a$ |

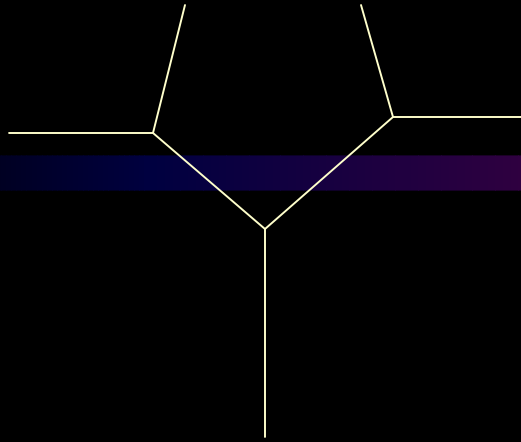


Ruido de Colores

Relación entre las frecuencias de una señal y sus amplitudes, cuando el espectro de frecuencia tiene una distribución $1/f^a$

| a) Ruido Blanco a=0 | | b) Ruido 1/f a=1 | | c) Ruido Browniano a=2 | |
|------------------------|-----------|---------------------|----------|---------------------------|----------|
| Frecuencia | Amplitud | Frecuencia | Amplitud | Frecuencia | Amplitud |
| 1 | $1/1^0=1$ | 1 | $1/1$ | 1 | $1/1^2$ |
| 2 | $1/2^0=1$ | 2 | $1/2$ | 2 | $1/2^2$ |
| 3 | $1/3^0=1$ | 3 | $1/3$ | 3 | $1/3^2$ |
| 4 | $1/4^0=1$ | 4 | $1/4$ | 4 | $1/4^2$ |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| n | $1/n^0=1$ | n | $1/n$ | n | $1/n^2$ |

Relación entre la frecuencia y amplitud de los ruidos blanco, 1/f y browniano



A -> t Ai Ad

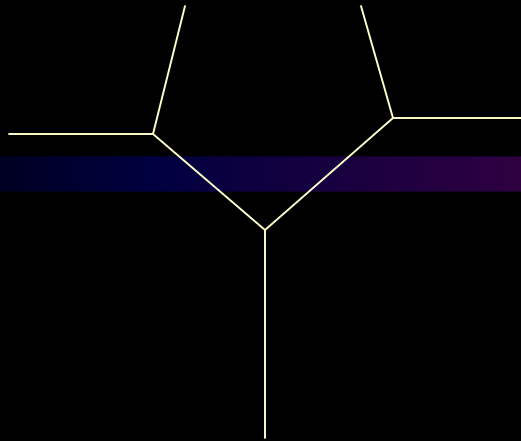
A

->

t

Ai

Ad



$A \rightarrow t A_i A_d$

| | |
|---------------|--------|
| A | $A(o)$ |
| \rightarrow | { |
| t | $t(o)$ |
| A_i | $A(i)$ |
| A_d | $A(d)$ |
| | } |