

# *Aplicaciones de una ecuación de la naturaleza*

**Fernando Galindo Soria**

**[www.fgalindosoria.com](http://www.fgalindosoria.com)    [fgalindo@ipn.mx](mailto:fgalindo@ipn.mx)**

**Escuela Superior de Computo ESCOM**

**Instituto Politécnico Nacional**

**Ciudad de México, MÉXICO**

***Octubre del 2004***

# *Antecedentes Históricos*

*Finales de los 70's inicios de los 80's  
Cursos de Lingüística Matemática en  
el Cenac del IPN y en la ESFM del IPN*

*Aplicación de la Lingüística Matemática a la  
Generación de Árboles*

*Sistemas L.*

*80's*

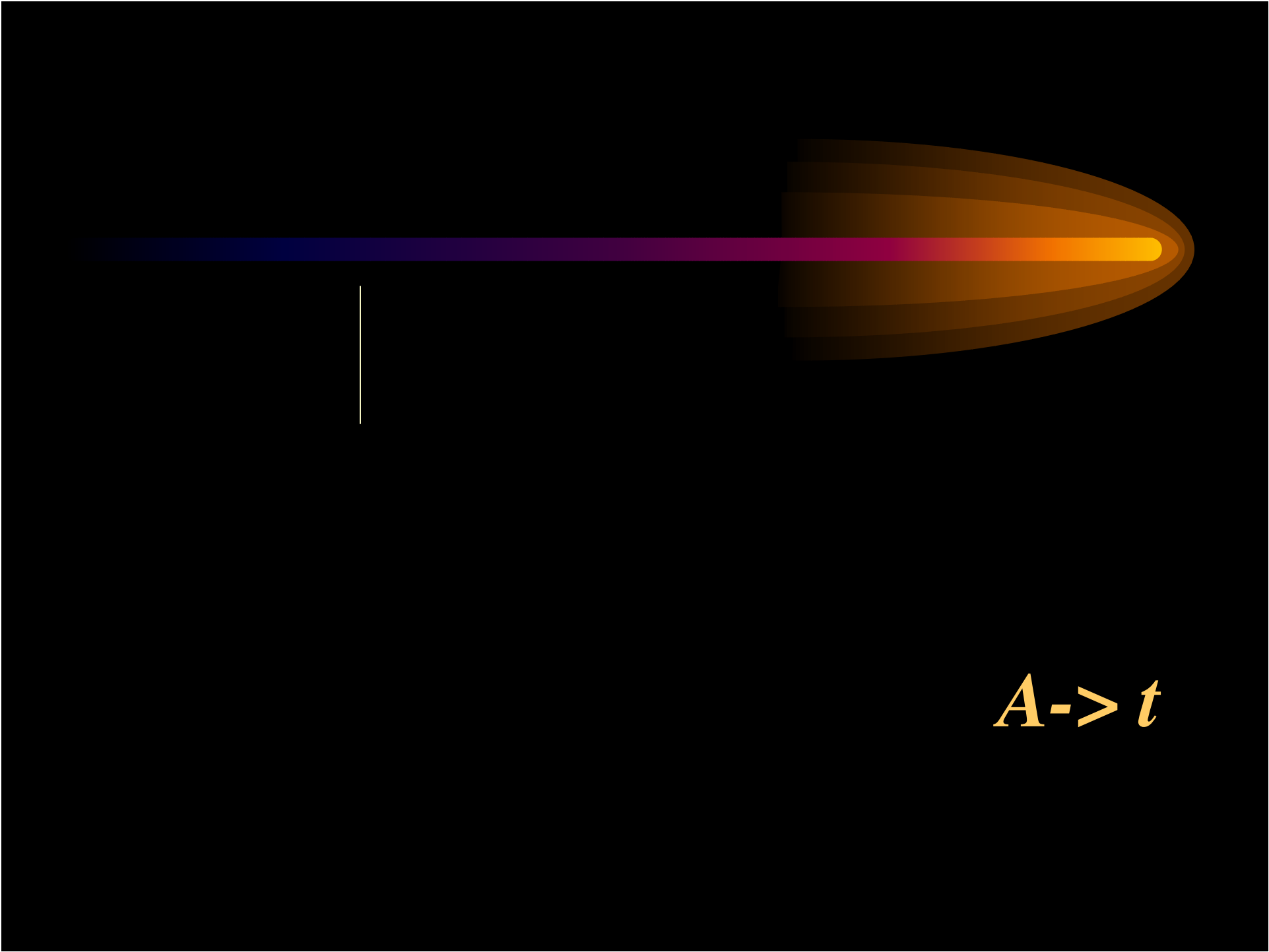
*UPIICSA del IPN*



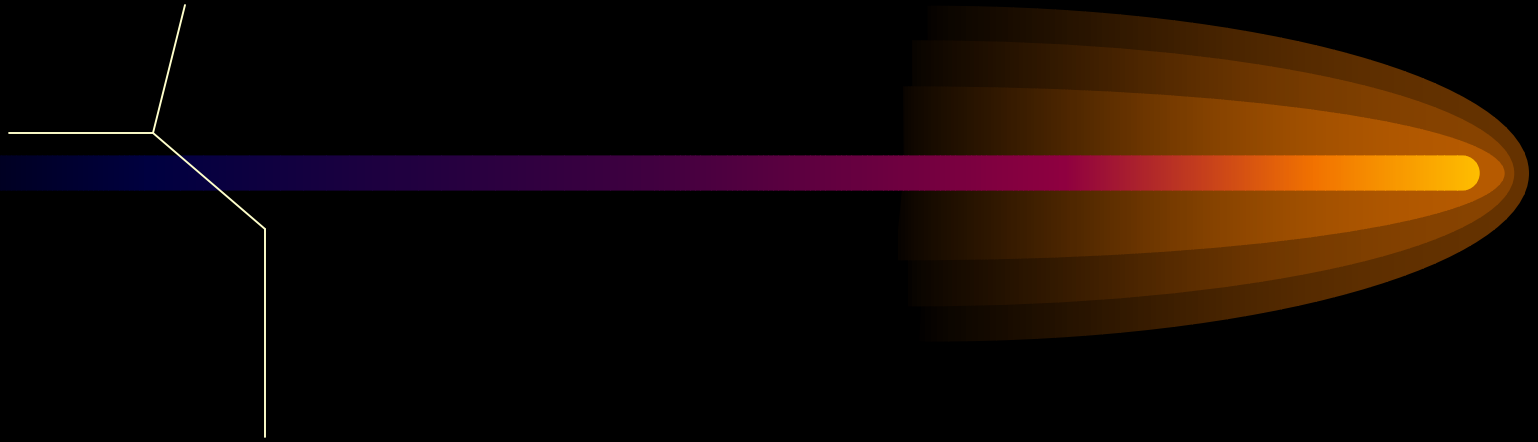
*Árboles*

*Montañas*

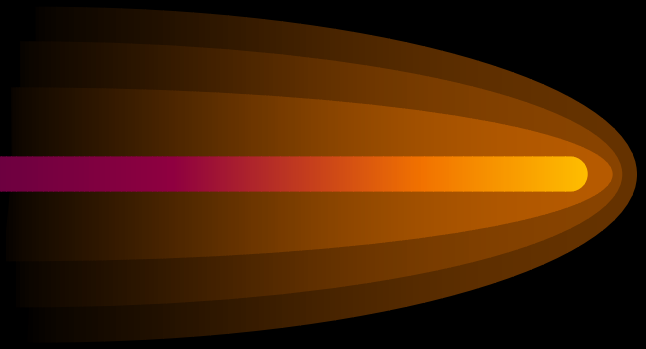
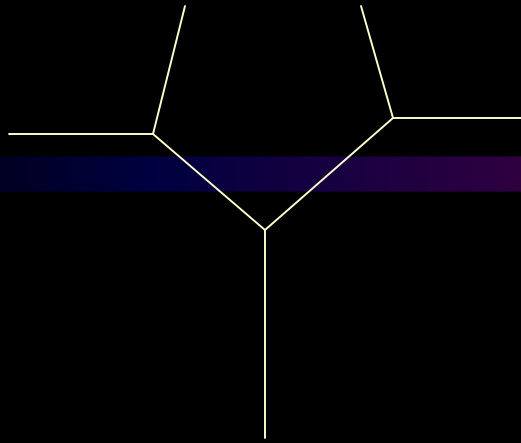
*Nubes*



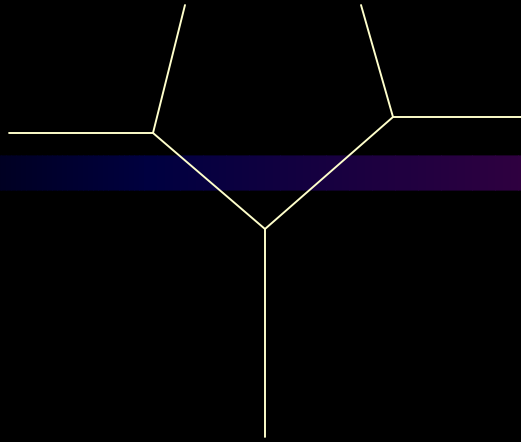
*A->t*



*A -> t Ai*

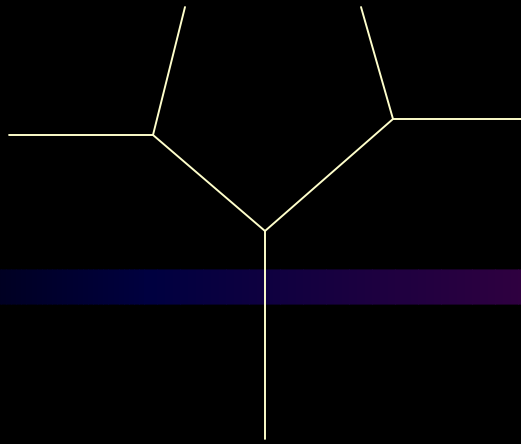


*A -> t Ai Ad*



*A -> t Ai Ad*

*A*  
*->*  
*t*  
*Ai*  
*Ad*



*A -> t Ai Ad*

*A A(o)*

*-> {*

*t t(o)*

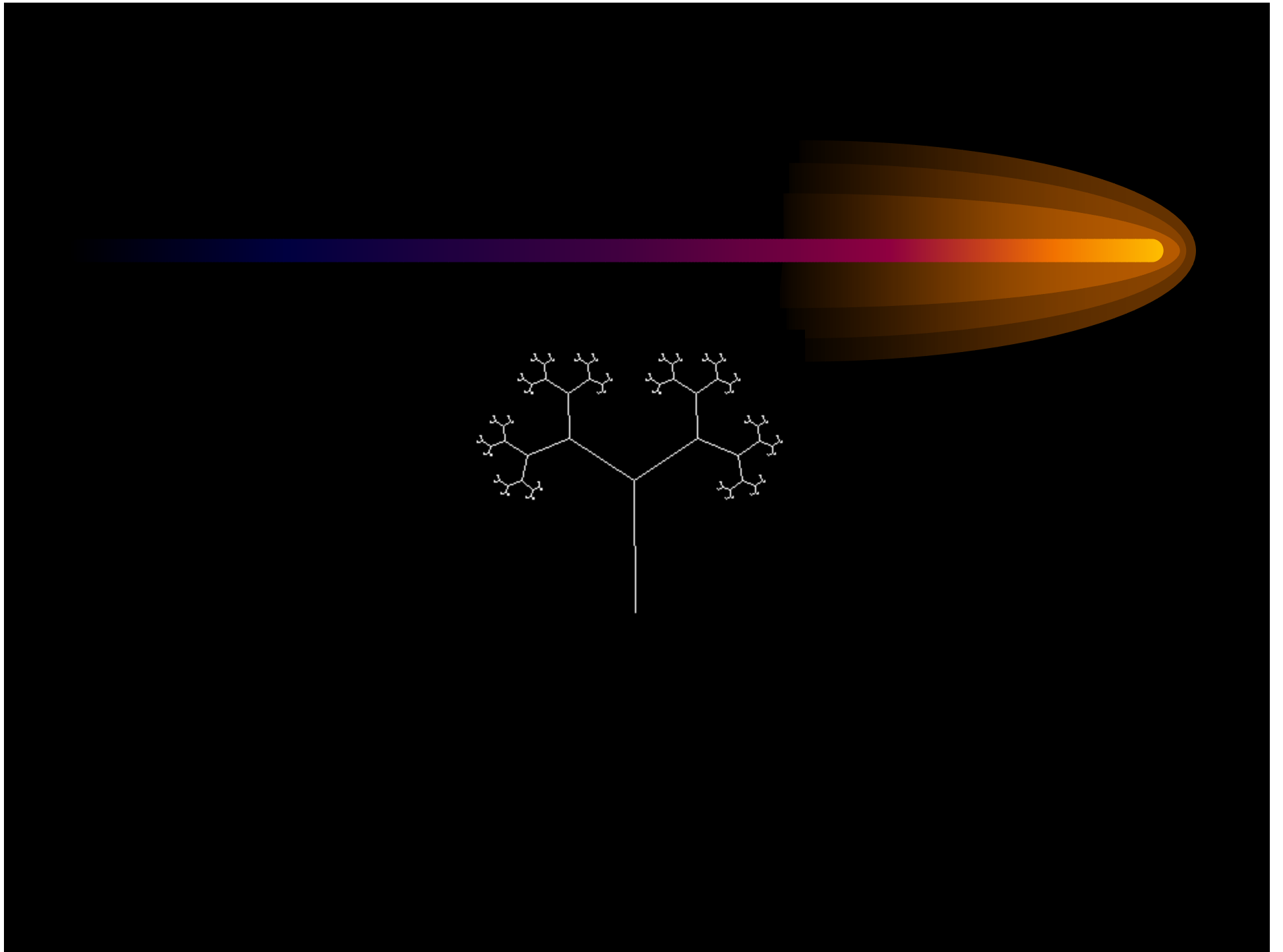
*Ai A(i)*

*Ad A(d)*

*}*

*A → t A A*





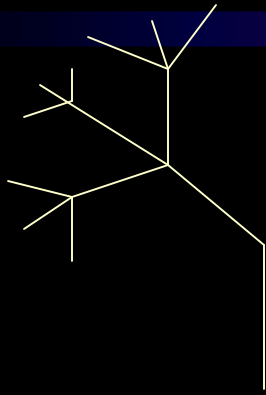


# Arboles con tres ramas

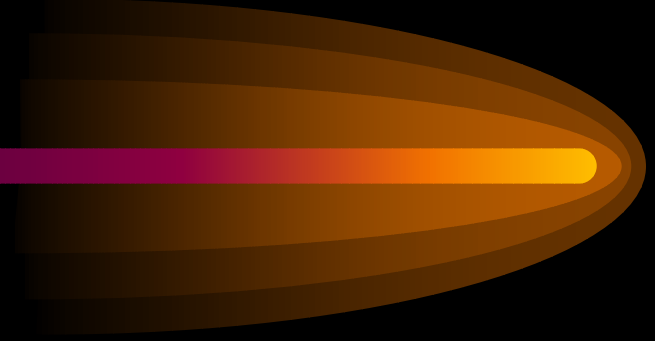


A -> t

# Arboles con tres ramas



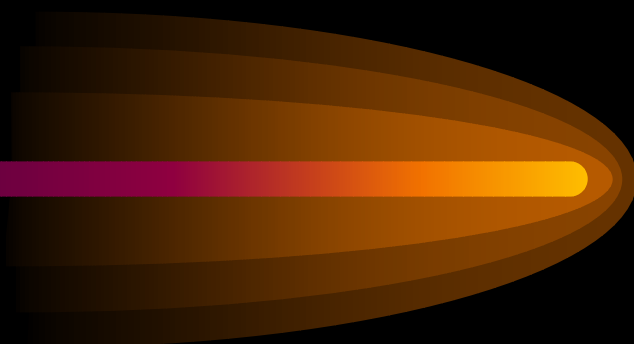
**A -> t Ai**



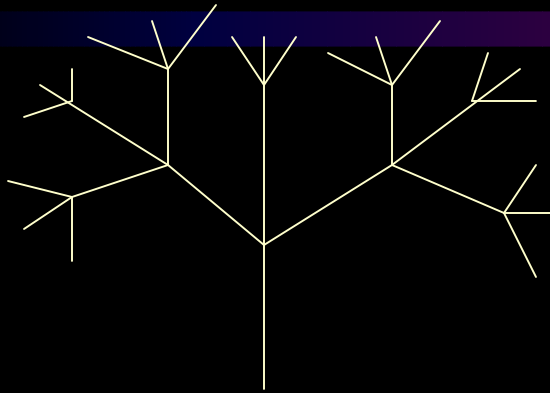
# Arboles con tres ramas



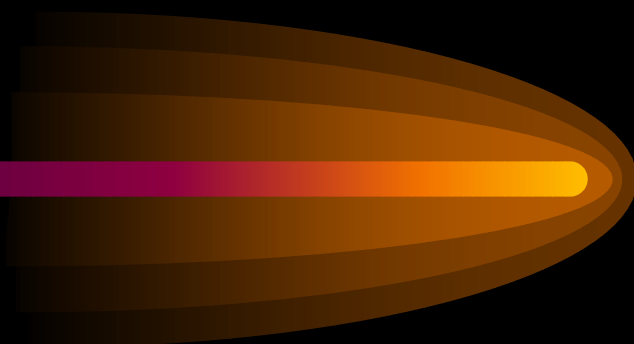
**A -> t Ai Ac**



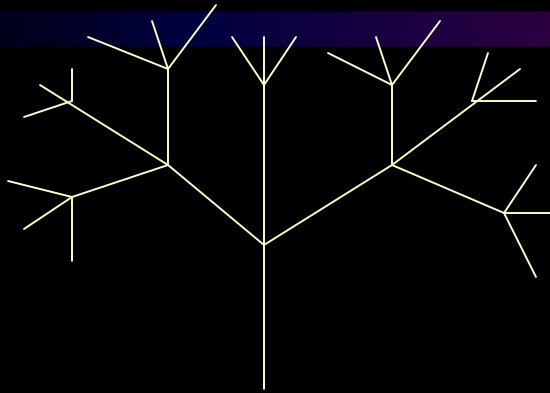
# Arboles con tres ramas



**A -> t Ai Ac Ad**

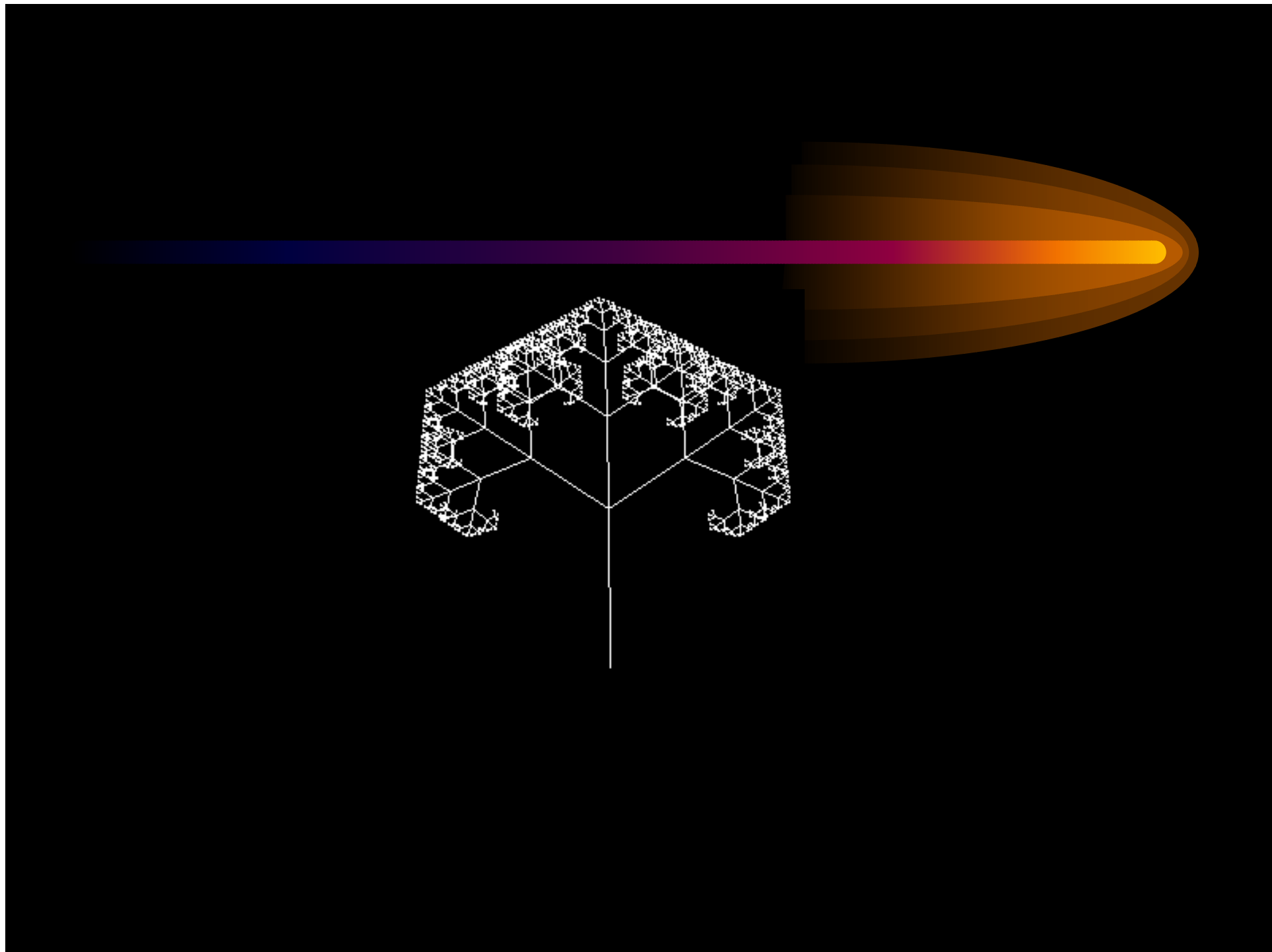


# Arboles con tres ramas

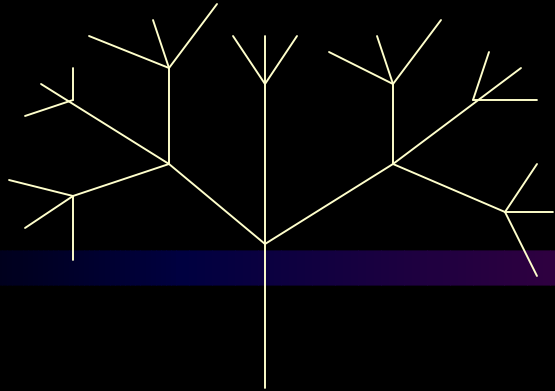


**A -> t Ai Ac Ad**

**S -> e S S S**



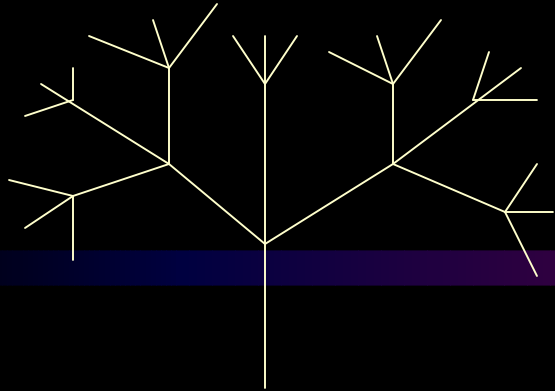




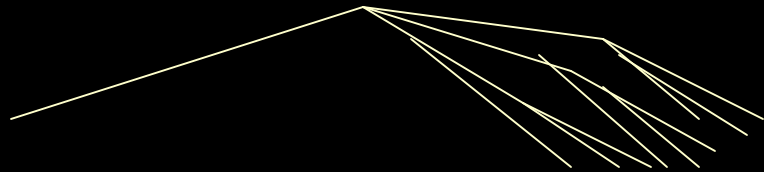
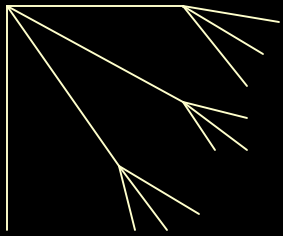
**S -> e S S S Arboles**

**Montañas?**

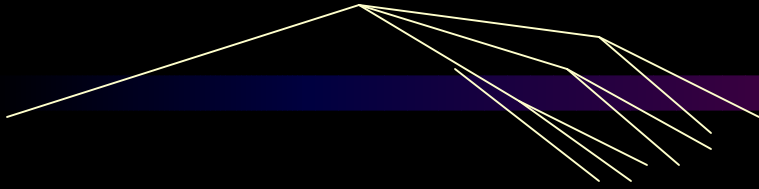
**Nubes?**



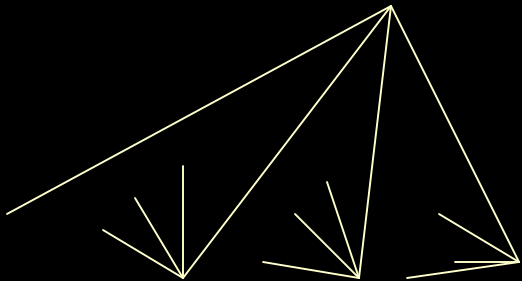
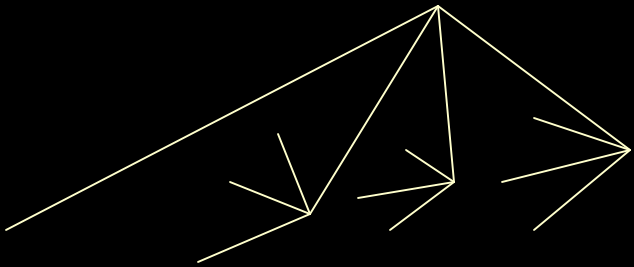
$S \rightarrow e S S S$  Arboles



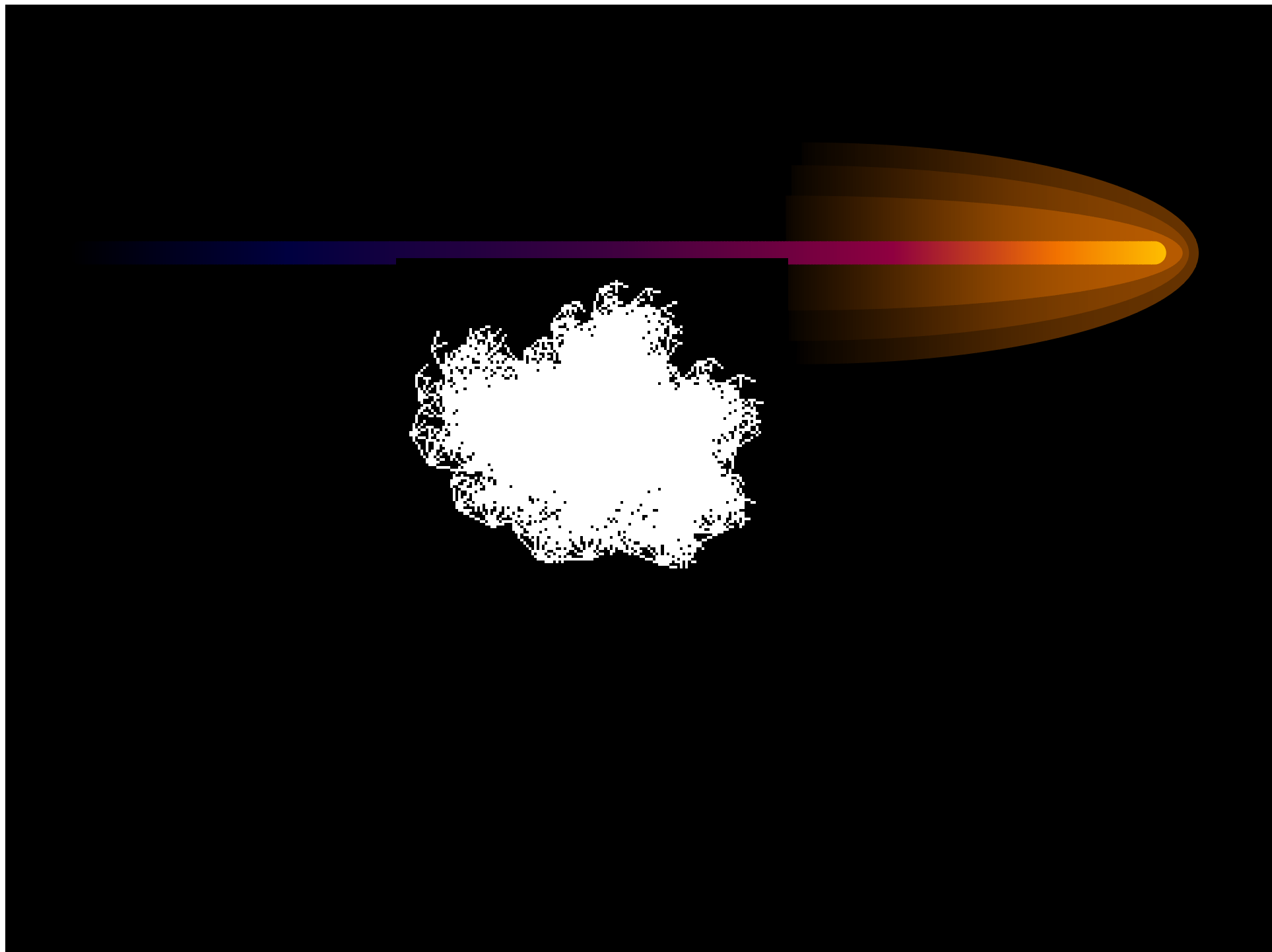
$S \rightarrow e S S S$  Montañas

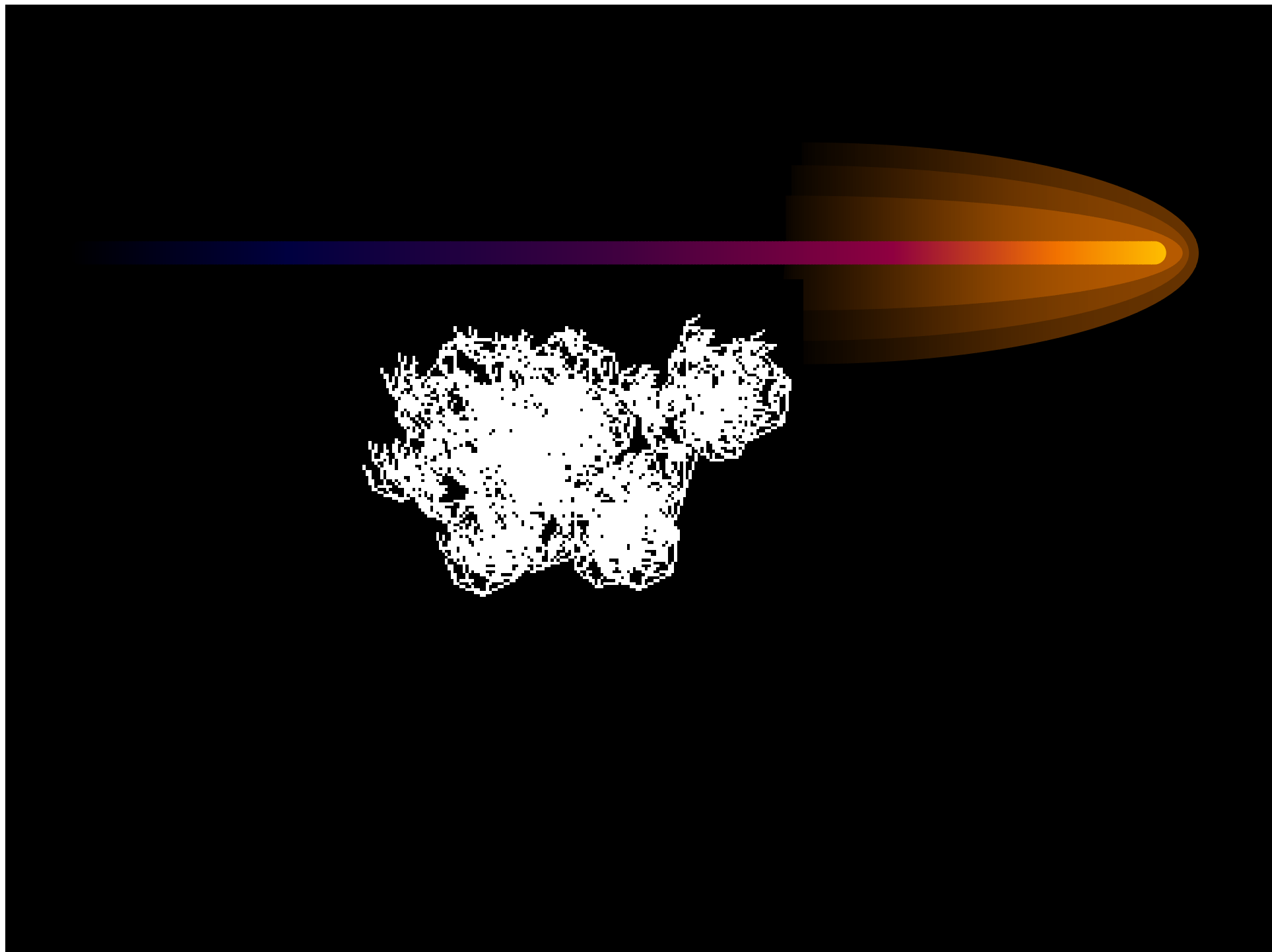


**S -> e S S S Montañas**



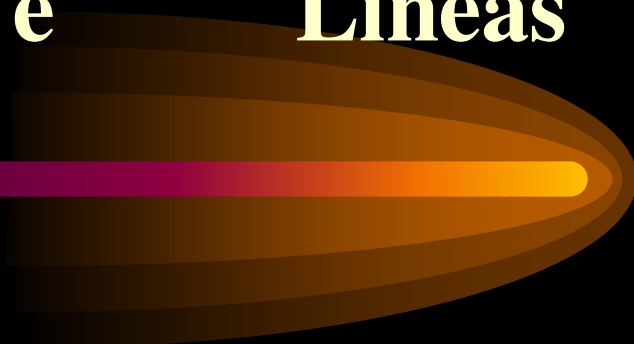
**S -> e S S S Nubes**

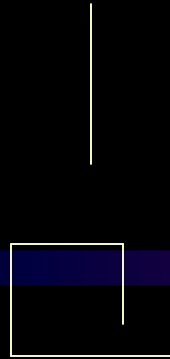




S -> e

Lineas





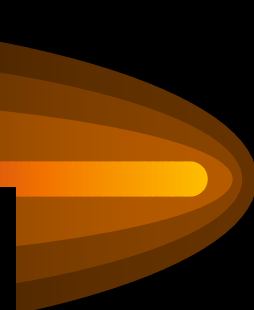
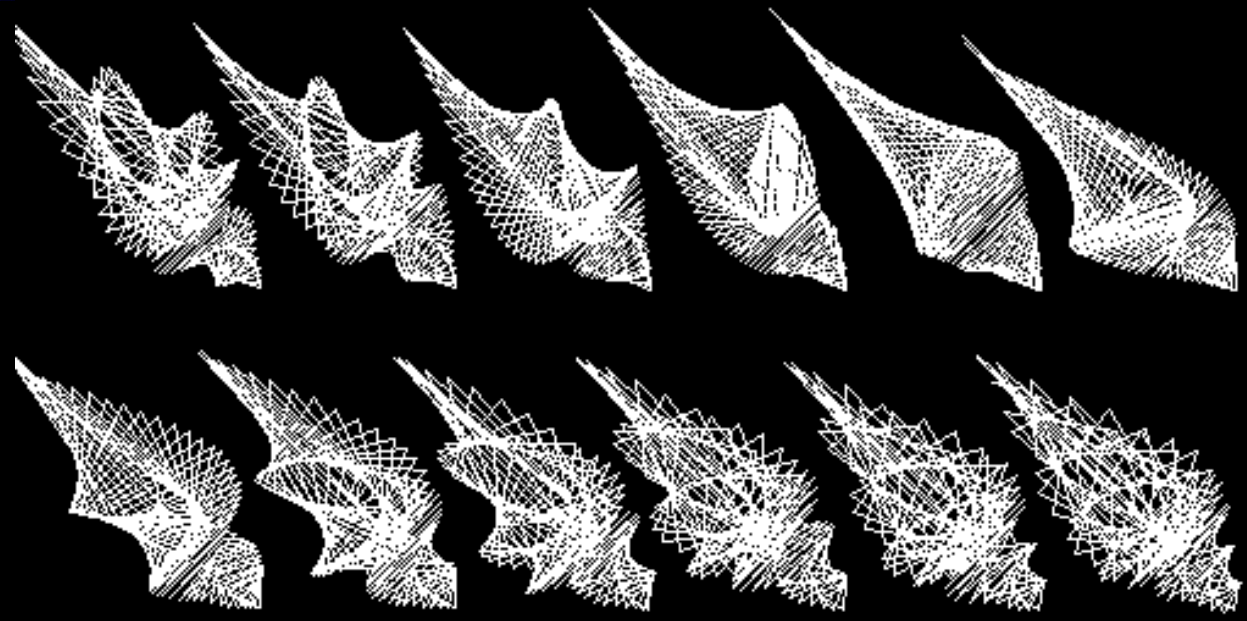
**S -> e**

**Lineas**

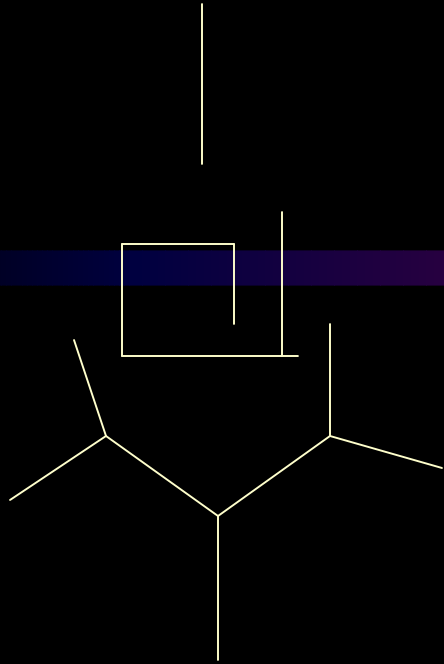
**S -> e S**

**Estrellas**

**Caracoles**







$S \rightarrow e$

Lineas

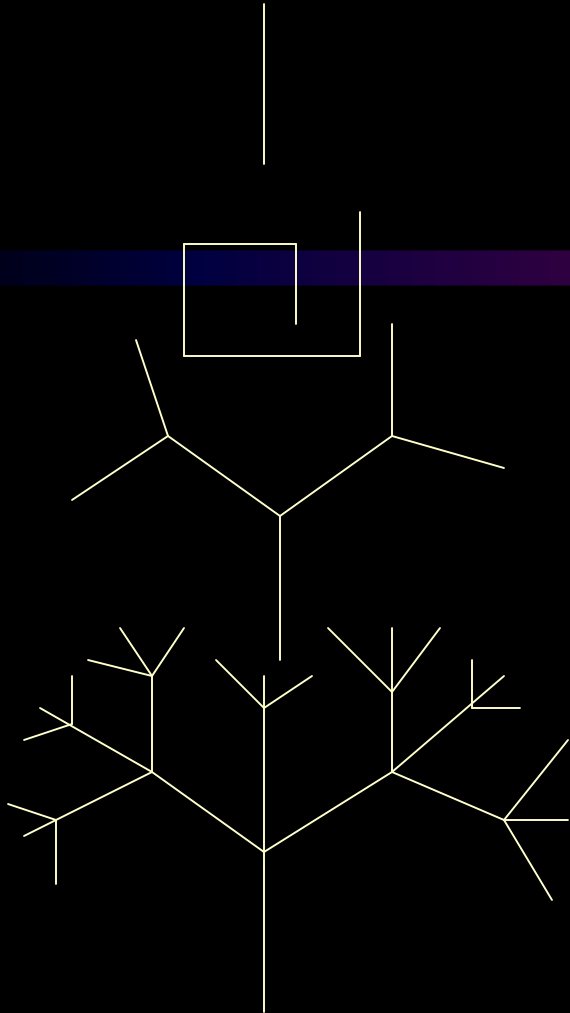
$S \rightarrow e S$

Estrellas

Caracoles

$S \rightarrow e S S$

Arboles



$S \rightarrow e$  Lineas

$S \rightarrow e S$  Estrellas

Caracoles

$S \rightarrow e S S$  Arboles

$S \rightarrow e S S S$  Arboles

$S \rightarrow e$

*lineas*

$S \rightarrow e S$

*Estrellas*

*Caracoles*

$S \rightarrow e S S$

*Arboles*

$S \rightarrow e S S S$

*Arboles*

*Montañas*

*Nubes*

$S \rightarrow e S^*$

$S \rightarrow e$  *lineas*

$S \rightarrow e S$  *Estrellas*

*Caracoles*

$S \rightarrow e S S$  *Arboles*

$S \rightarrow e S S S$  *Arboles*

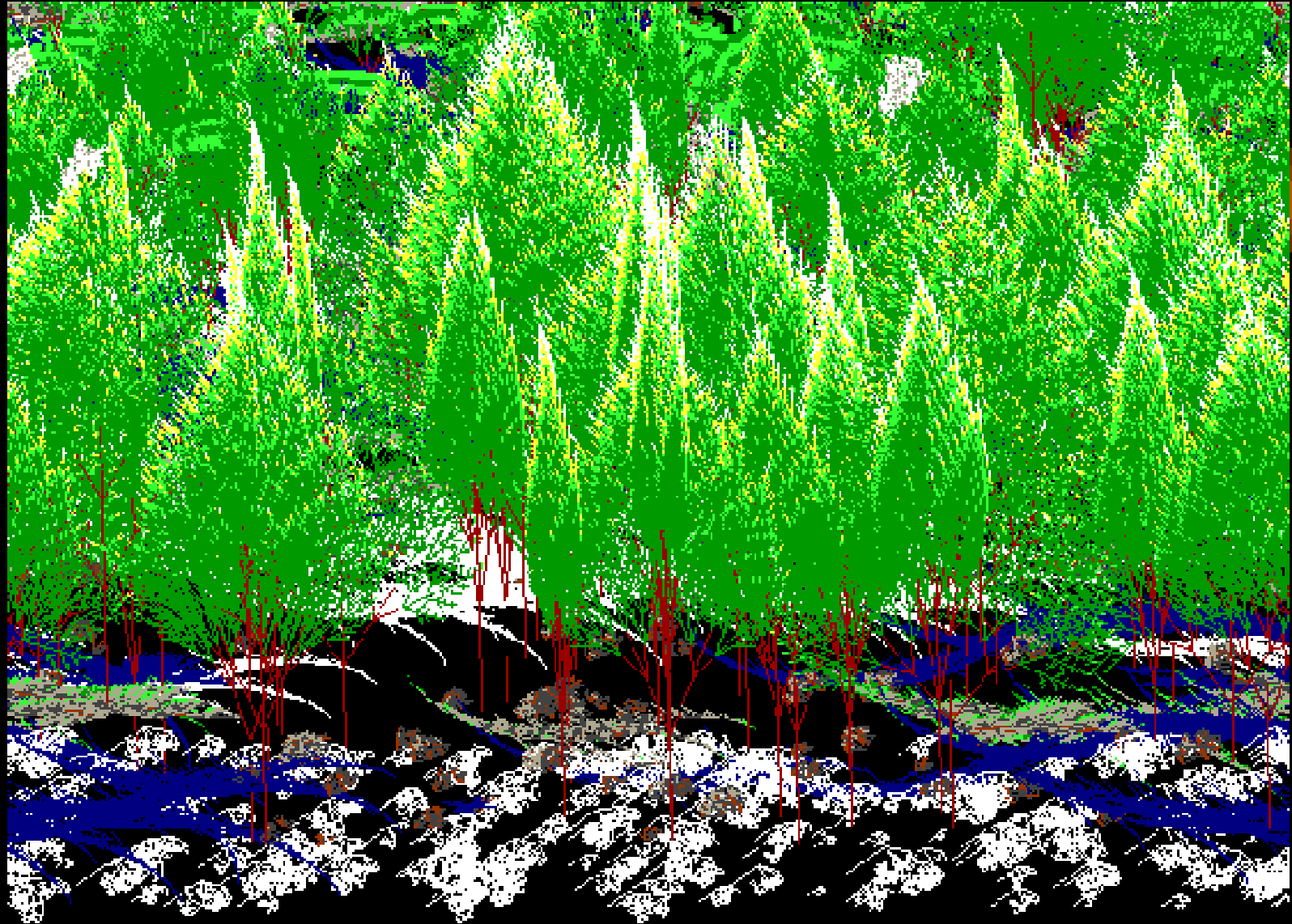
*Montañas*

*Nubes*

$S \rightarrow e S^*$

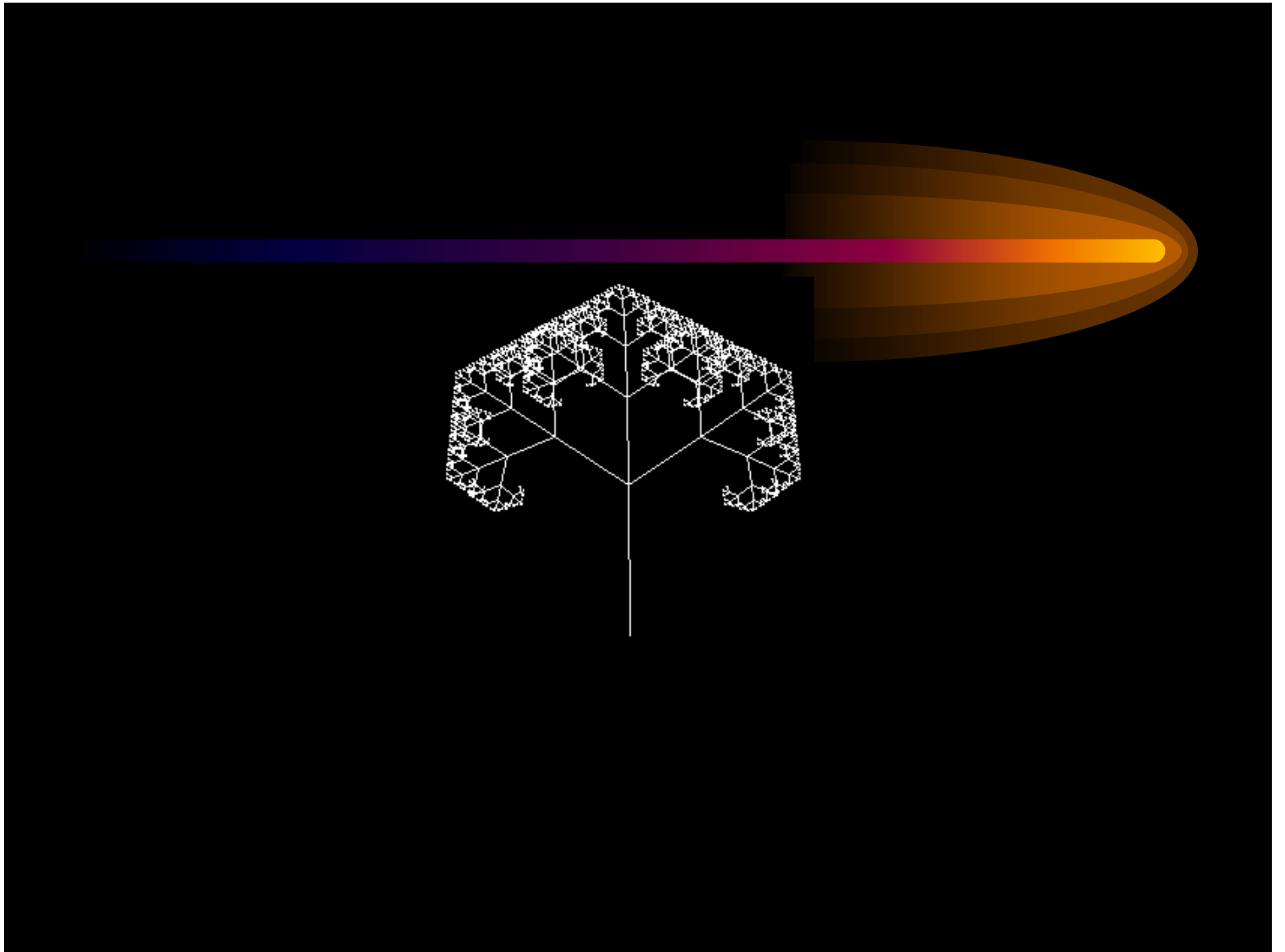
$S \rightarrow e^* S^*$

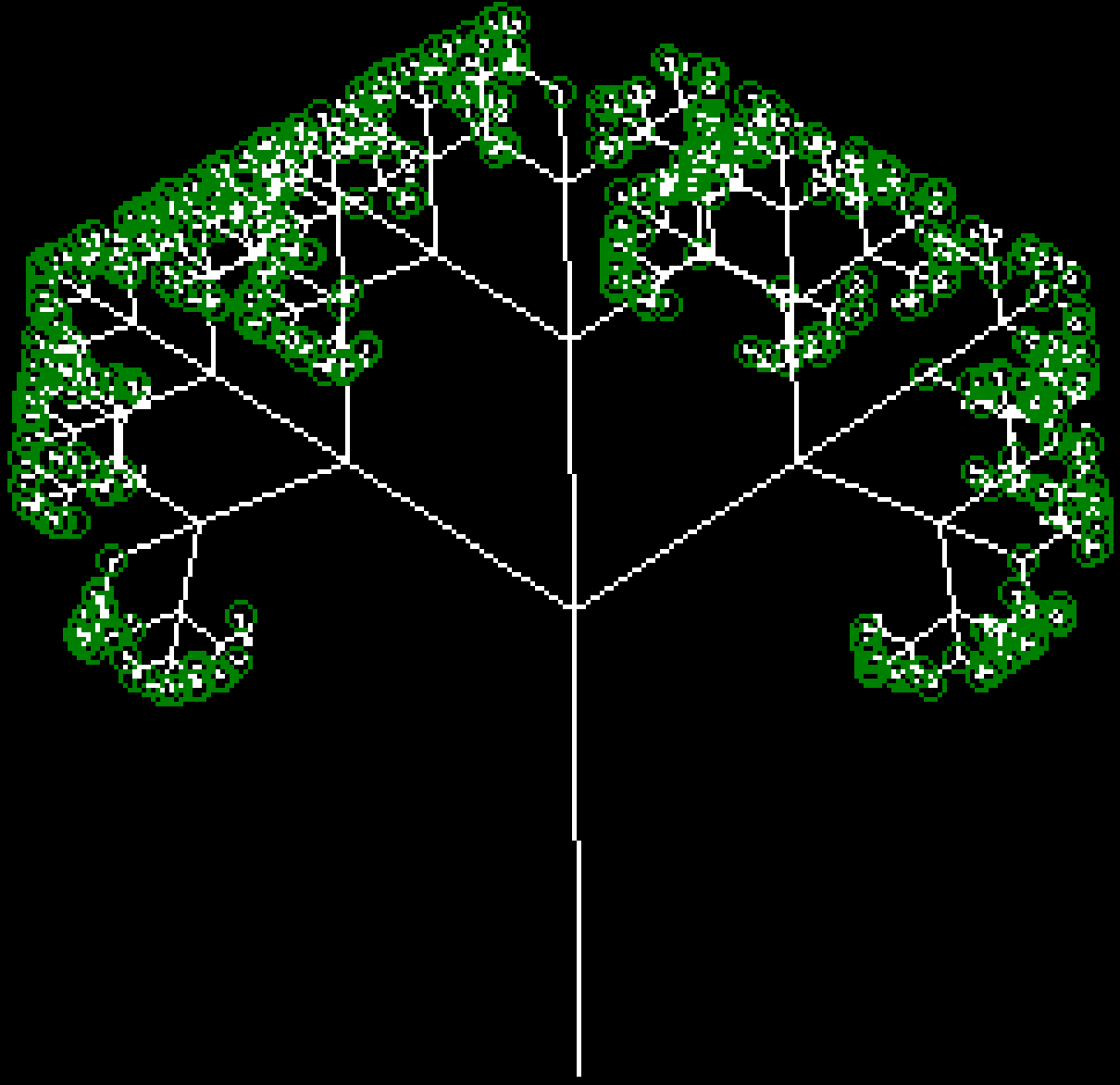
*Ecuación de la Naturaleza*



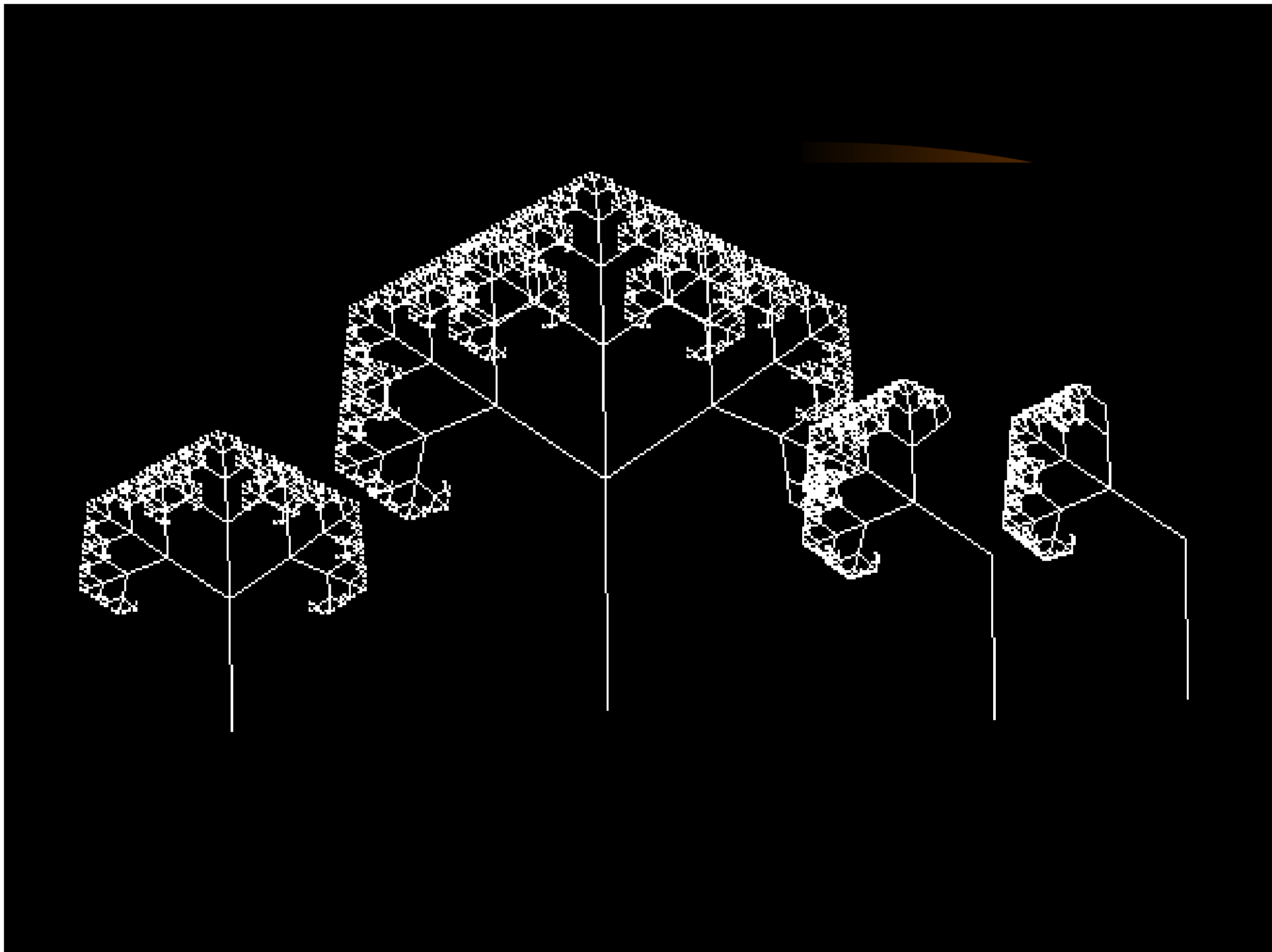


*Autorreproducción*









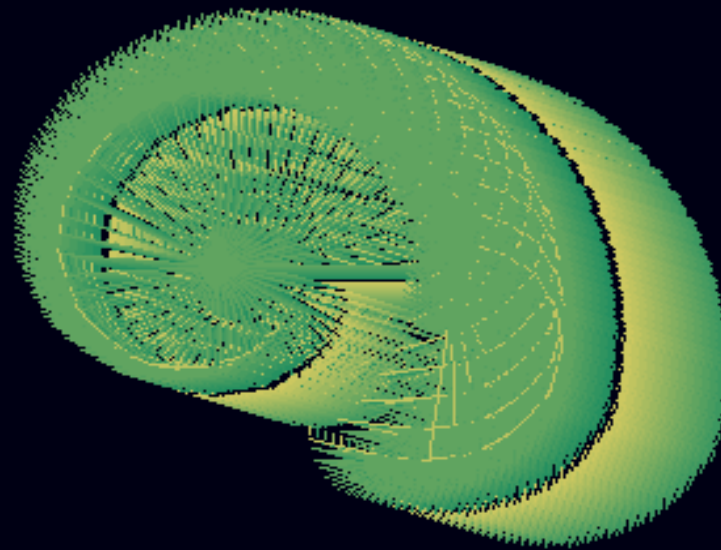


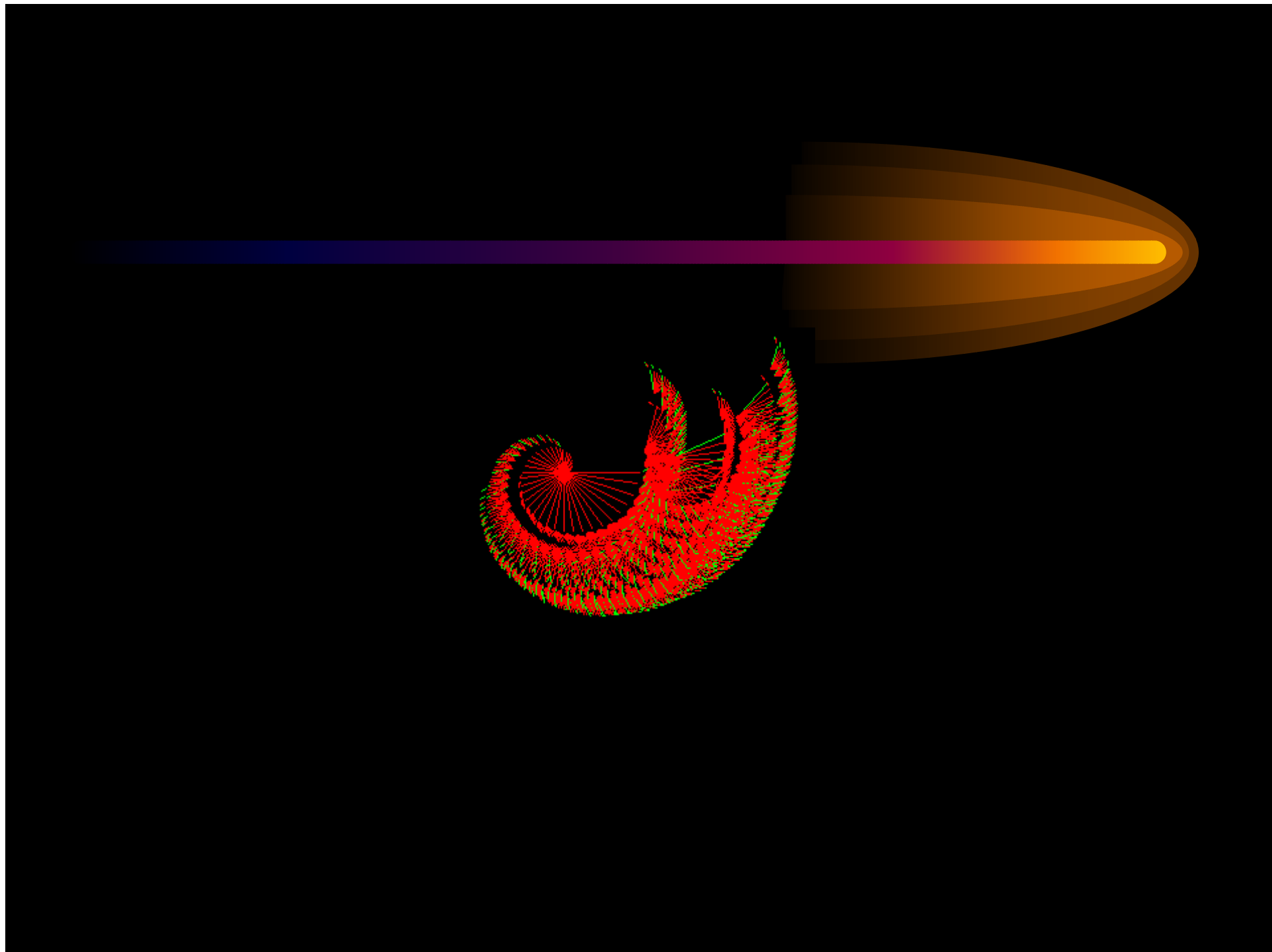


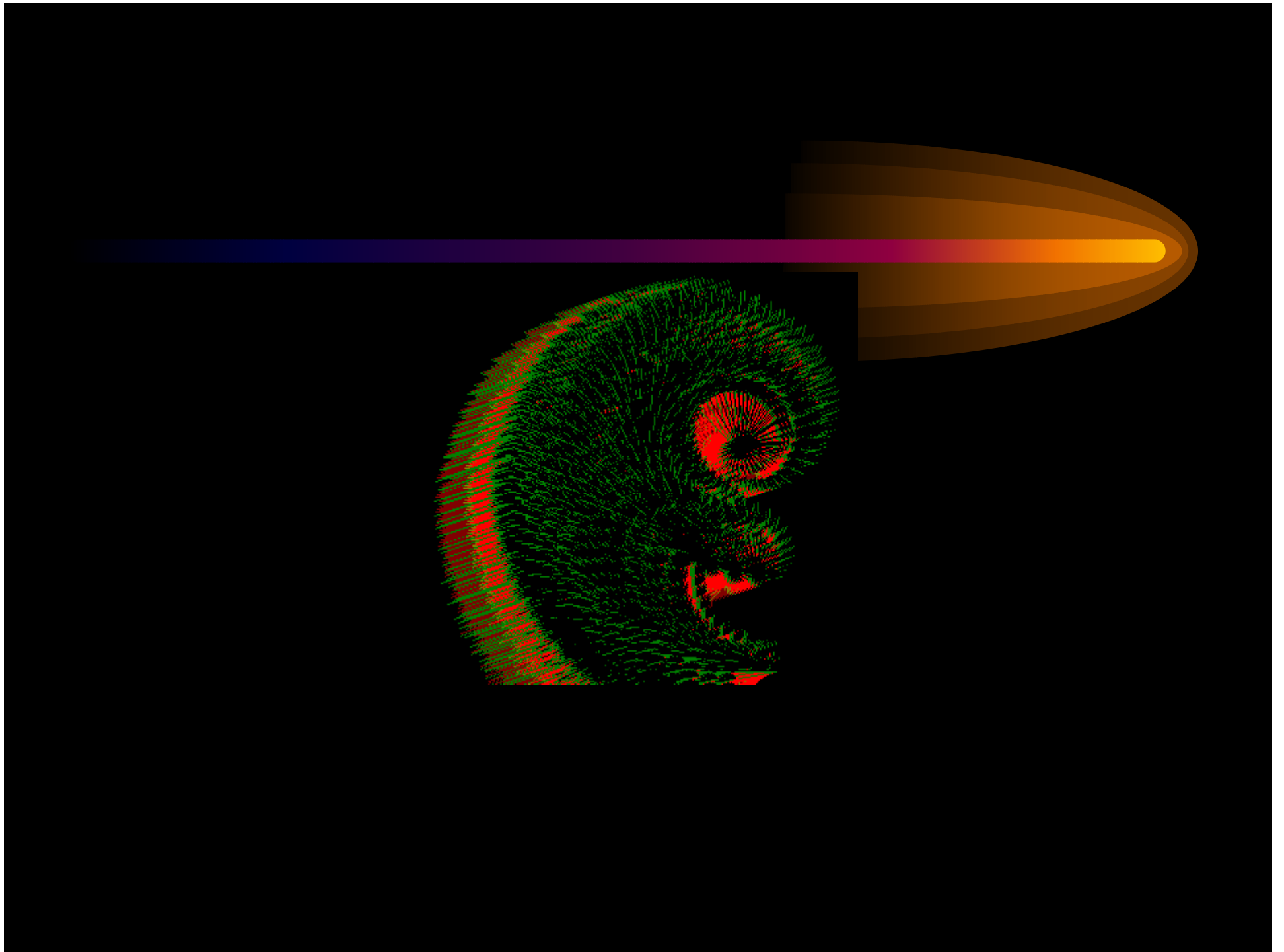
*Algunas curvas fractales clásicas*

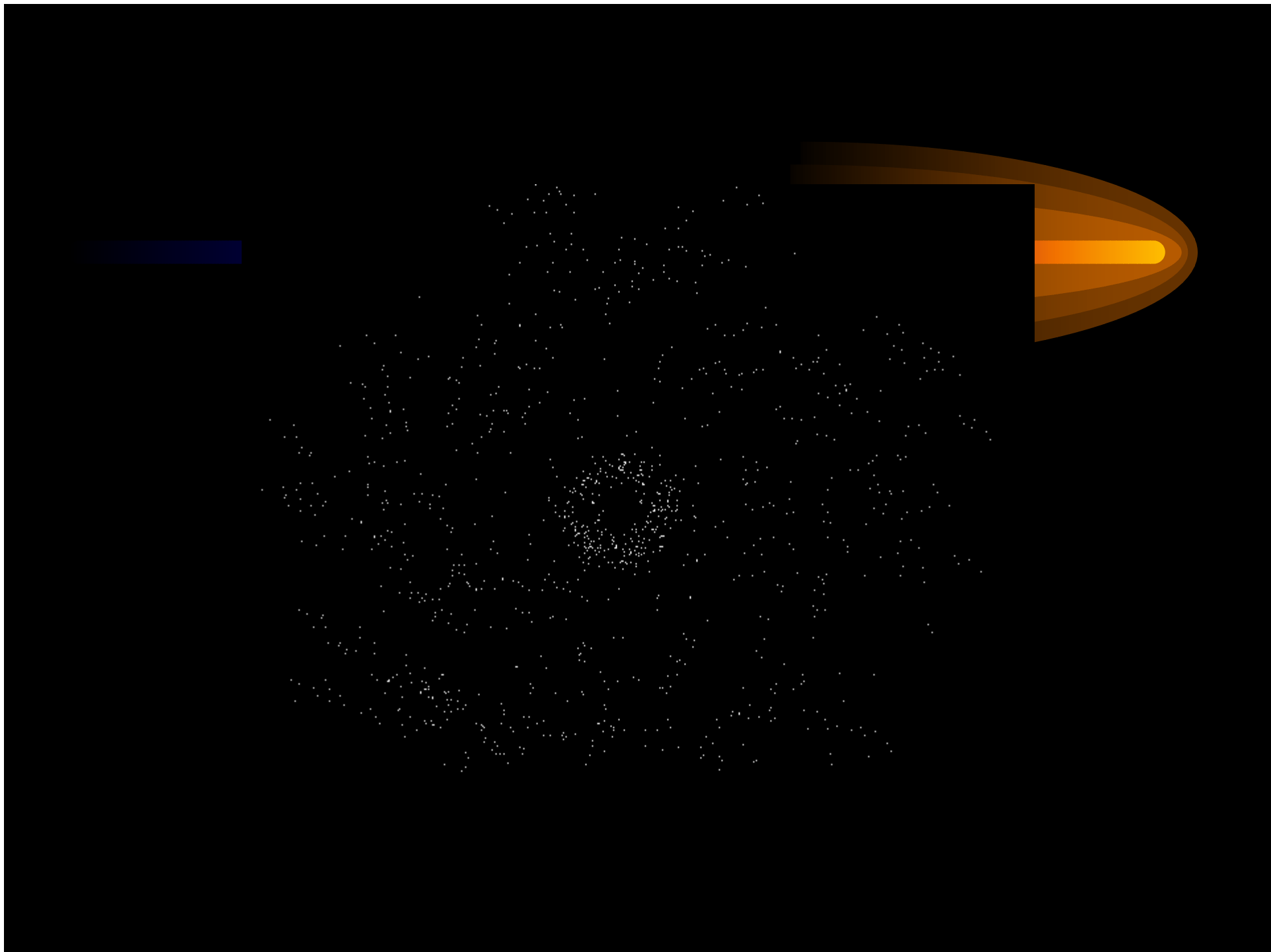
# *Dragones*

fractal de dragon1 ang1=352 ang2=97  
ang3=17











*Modelación del árbol bronquial*



*ruidos de colores y ecuación de la  
naturaleza*

*Los ruidos de colores representan patrones característicos de muchos fenómenos naturales*

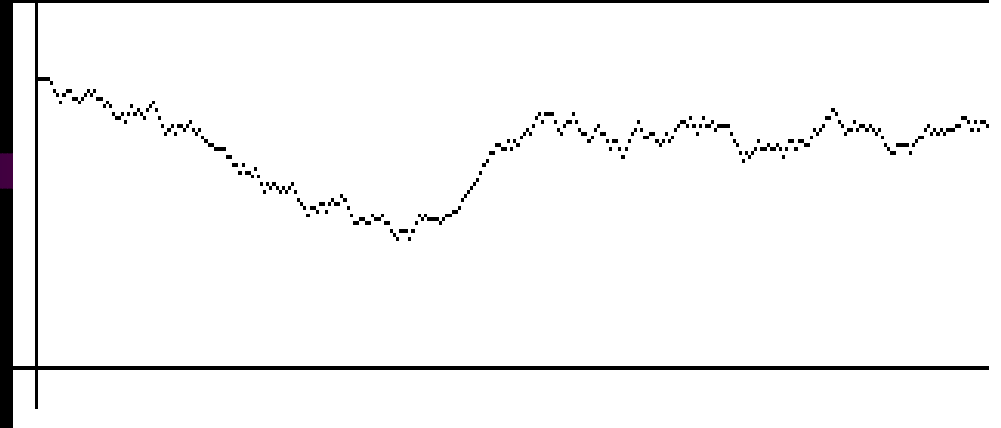
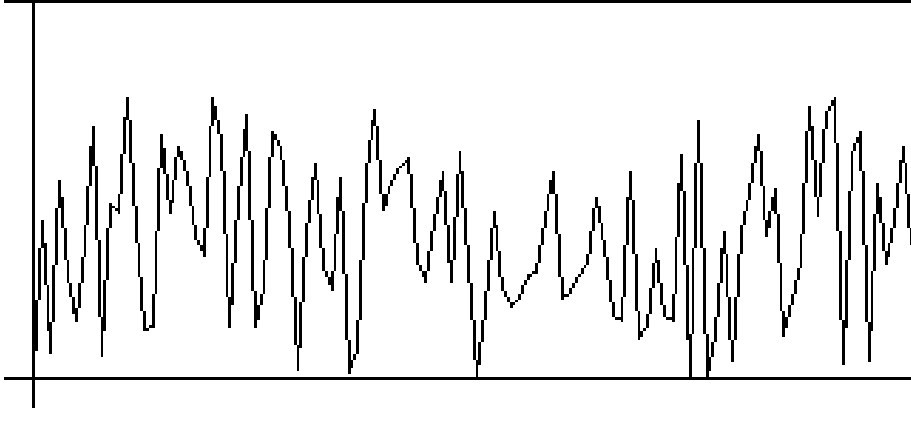
*en particular el ruido  $1/f$  o rosa se presenta en gran cantidad de fenómenos, como los terremotos, el comportamiento de la bolsa, distribución de montañas y muchos más, reflejando la estructura de los fenómenos donde aparece*

*en este trabajo analizaremos esa estructura y la representaremos gramaticalmente*

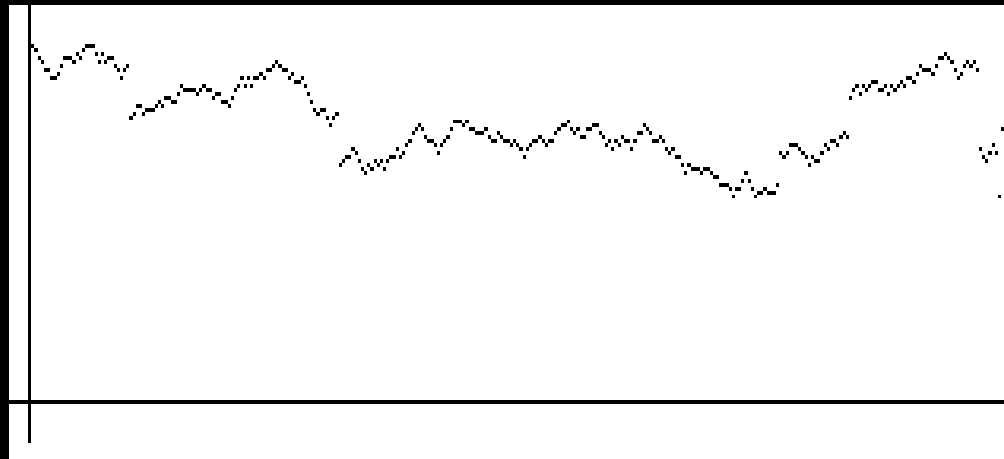
*para lo cual, se analiza el algoritmo de Richard F. Voss para generar ruido 1/f, tanto en su estructura superficial (lanzamiento de dados)*

*como en su estructura profunda (generación de la secuencia en la que se lanzan los dados), mostrándose que su estructura profunda se puede representar mediante reglas de producción que son casos particulares de la ecuación de la naturaleza  $S \rightarrow e * S *$*

# Graficas generadas con diferentes tipos de ruidos



**Grafica de Ruido Blanco**   **Grafica de Ruido Browniano**



**Grafica de Ruido 1/f o rosa**

*ejemplos de aplicación del ruido 1/f o rosa*

*Procesamiento digital de señales*

*Análisis de redes de tránsito*

*Análisis de datos financieros*

*Biología*

*Astronomía*

*Análisis del DNA*

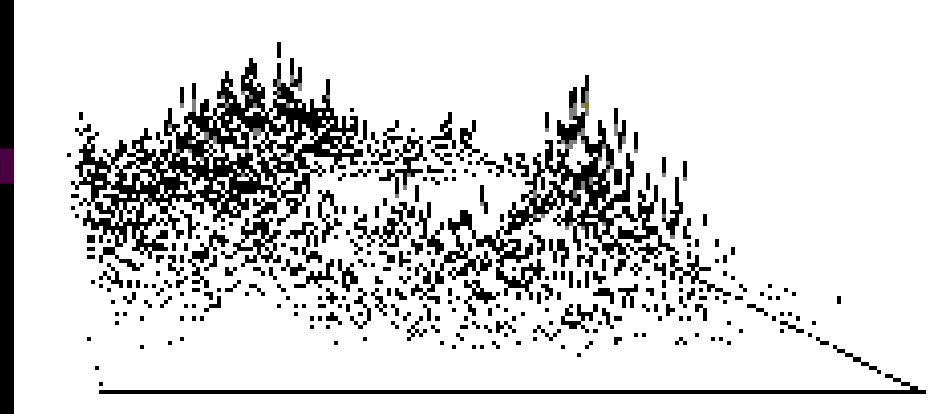
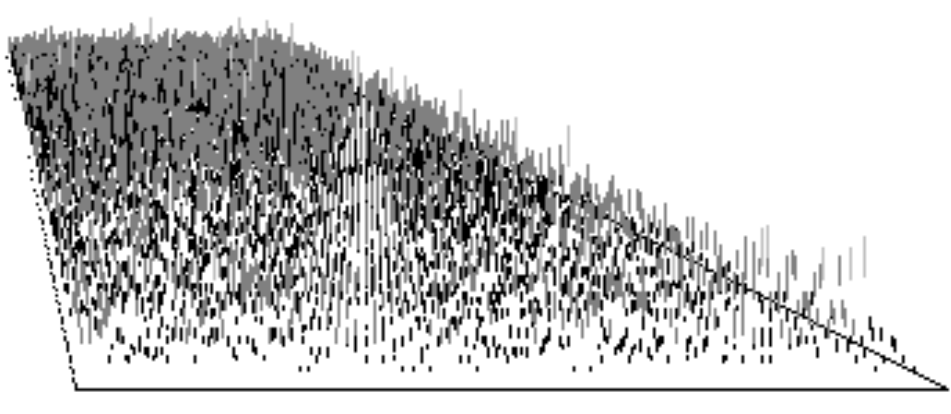
*Música y voz*

*Tratamiento de lenguaje natural*

*Etc.*

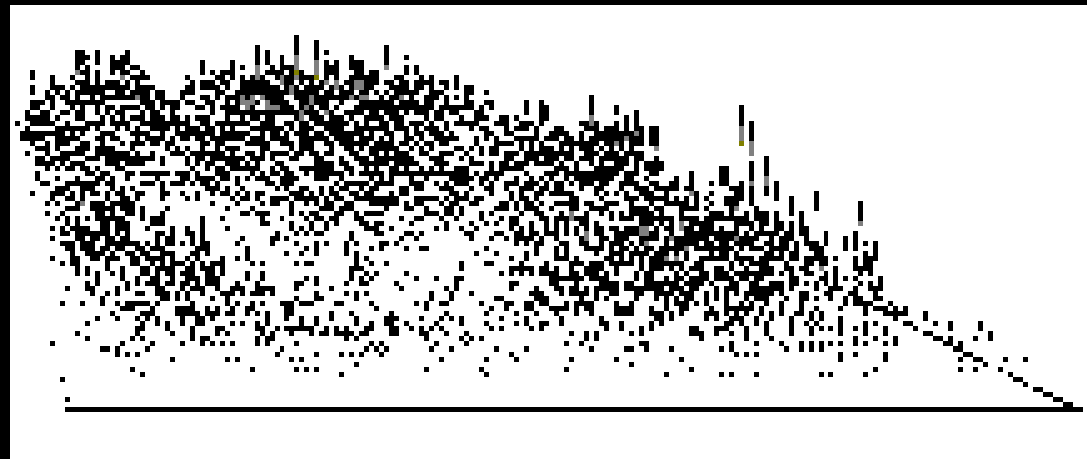
*<http://www.nslj-genetics.org/wli/1fnoise/>*

# Ejemplos de paisajes generados con diferentes tipos de ruidos



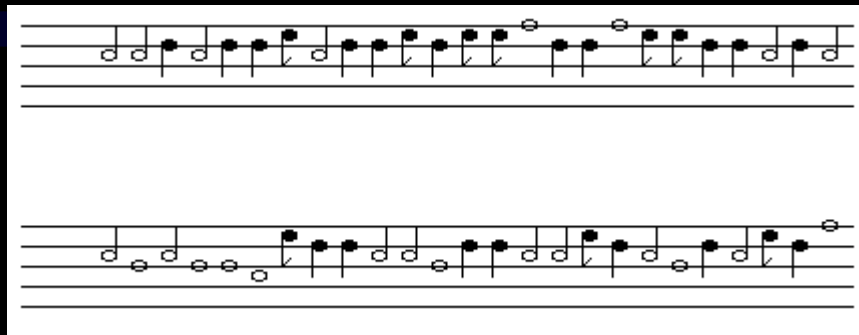
**Paisaje Aleatorio o Blanco**

**Paisaje Browniano**



**Paisaje de colores**

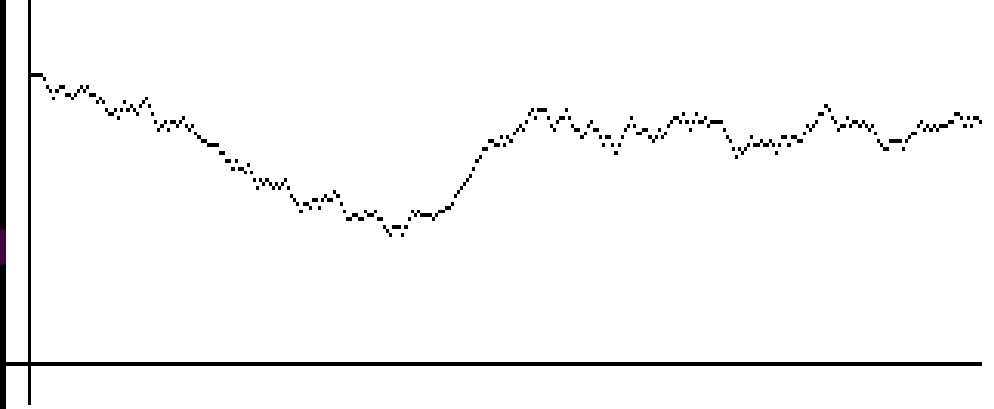
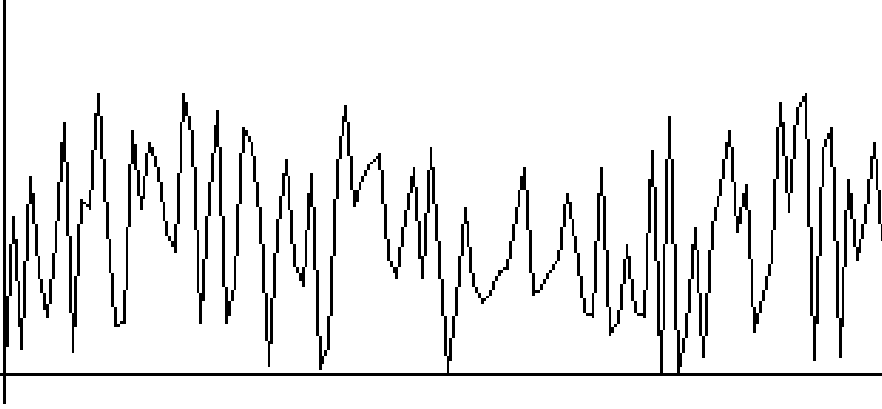
# Partitura generada con ruido rosa o $1/f$



Tomado de La Música y los fractales

<http://eo.ccu.uniovi.es/llamaquique/virtual/docencia/musica/fractal/fractal.htm>

# Algoritmos para generar diferentes tipos de ruidos



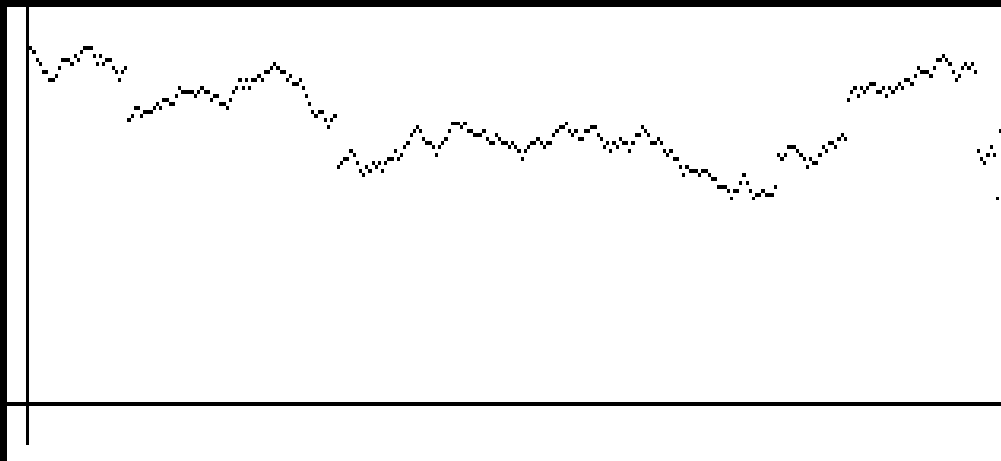
**Grafica de Ruido Blanco**

**$y = \text{random}(1000)$**

**Grafica de Ruido Browniano**

**$y += \text{random}(3)$**

**$y += \text{random}(7) - 3$**



?

**Grafica de Ruido de Colores**



# Algoritmo de Richard F. Voss para generar ruido $1/f$

*Martin Gardner “Música blanca y música parda, curvas fractales y fluctuaciones del tipo  $1/f$ ” (White and brown music, fractal curves, and one-over-f noise, en Scientific American, abril de 1978)*

*En este algoritmo se pueden visualizar dos estructuras entrelazadas*

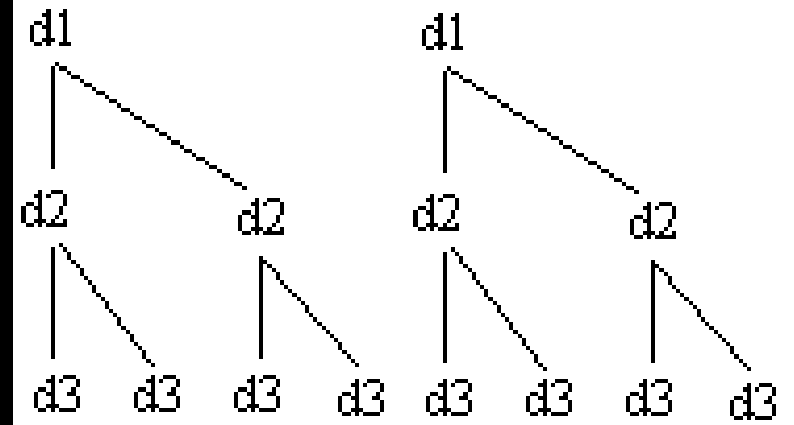
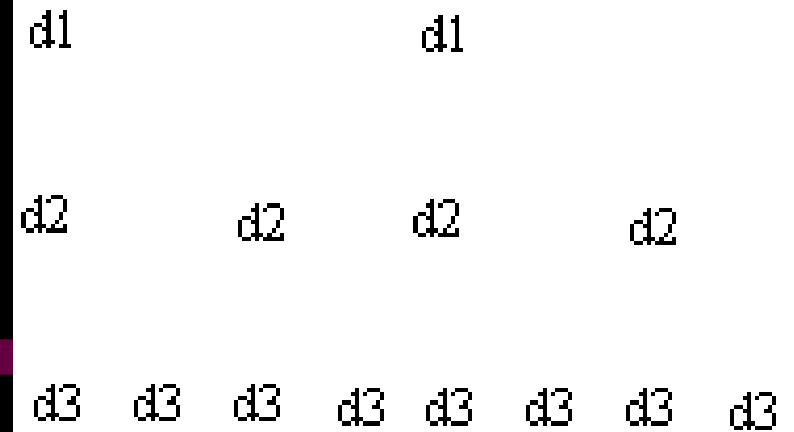
*Estructura superficial, basa en la generación de números aleatorios (lanzamiento de dados)*

*Estructura profunda, que indica el orden en que se deben lanzar estos dados, (siguiendo la secuencia marcada por los cambios que se presentan en una sucesión de números binarios)*

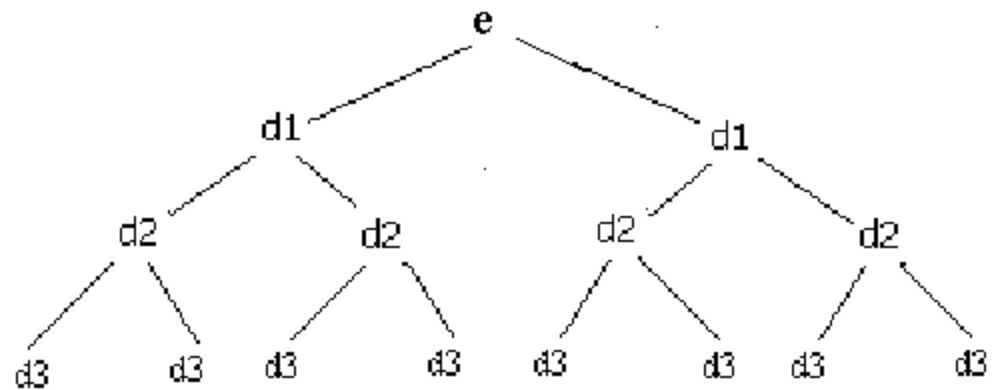
Valor del bit correspondiente a cada dado				Dado que se lanza		
	$d_1$	$d_2$	$d_3$			
	0	0	0	$d_1$	$d_2$	$d_3$
	0	0	1			$d_3$
	0	1	0		$d_2$	$d_3$
	0	1	1			$d_3$
	1	0	0	$d_1$	$d_2$	$d_3$
	1	0	1			$d_3$
	1	1	0		$d_2$	$d_3$
	1	1	1			$d_3$

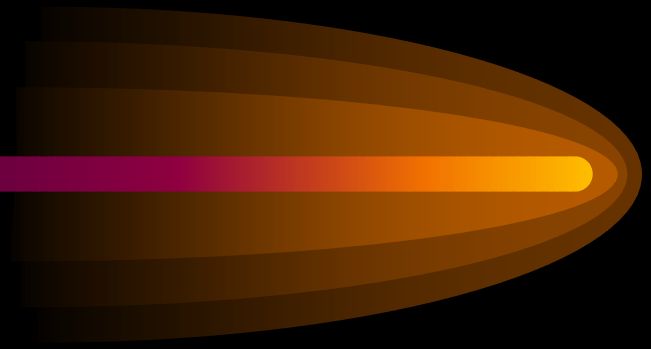
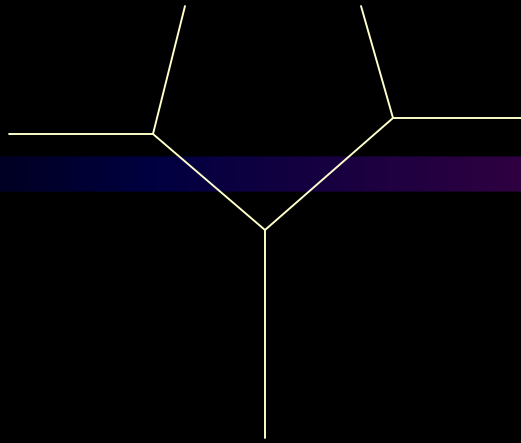
Tabla 2.1 Secuencia de lanzamiento de tres dados de acuerdo a los cambios en los números binarios

$d_1$	$d_2$	$d_3$				
0	0	0				
0	0	1		$d_1$	$d_2$	$d_3$
0	1	0				
0	1	1			$d_2$	$d_3$
1	0	0		$d_1$	$d_2$	$d_3$
1	0	1				
1	1	0			$d_2$	$d_3$
1	1	1				$d_3$



**Representación  
mediante árboles  
binarios de la  
estructura profunda  
del algoritmo de Voss**



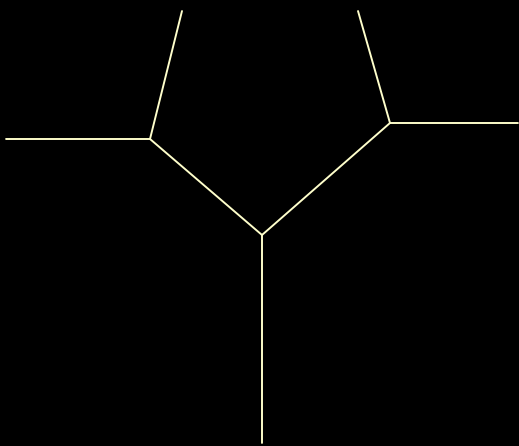
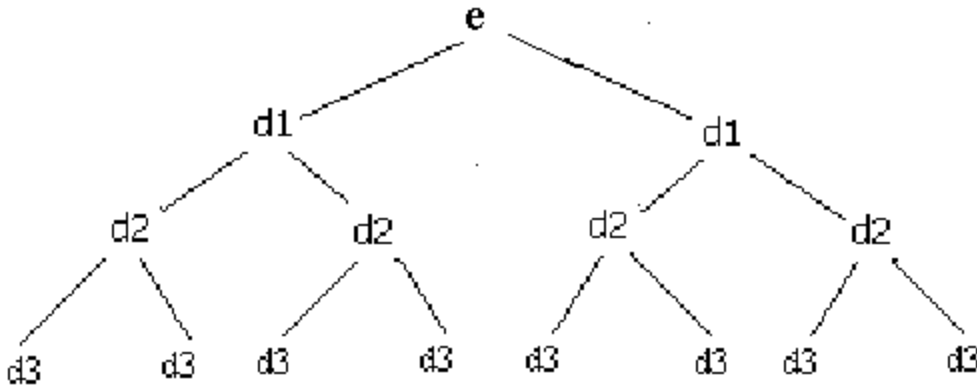


*A -> t Ai Ad*

*S -> e S S*

# *Representación gramatical de la estructura profunda del algoritmo de Voss*

Los árboles binarios están formados por un tronco y dos ramas, una rama a la izquierda y una rama a la derecha.



*Por lo que una forma simple de representar la estructura del algoritmo de Voss es mediante la ecuación  $S \rightarrow e S S$*

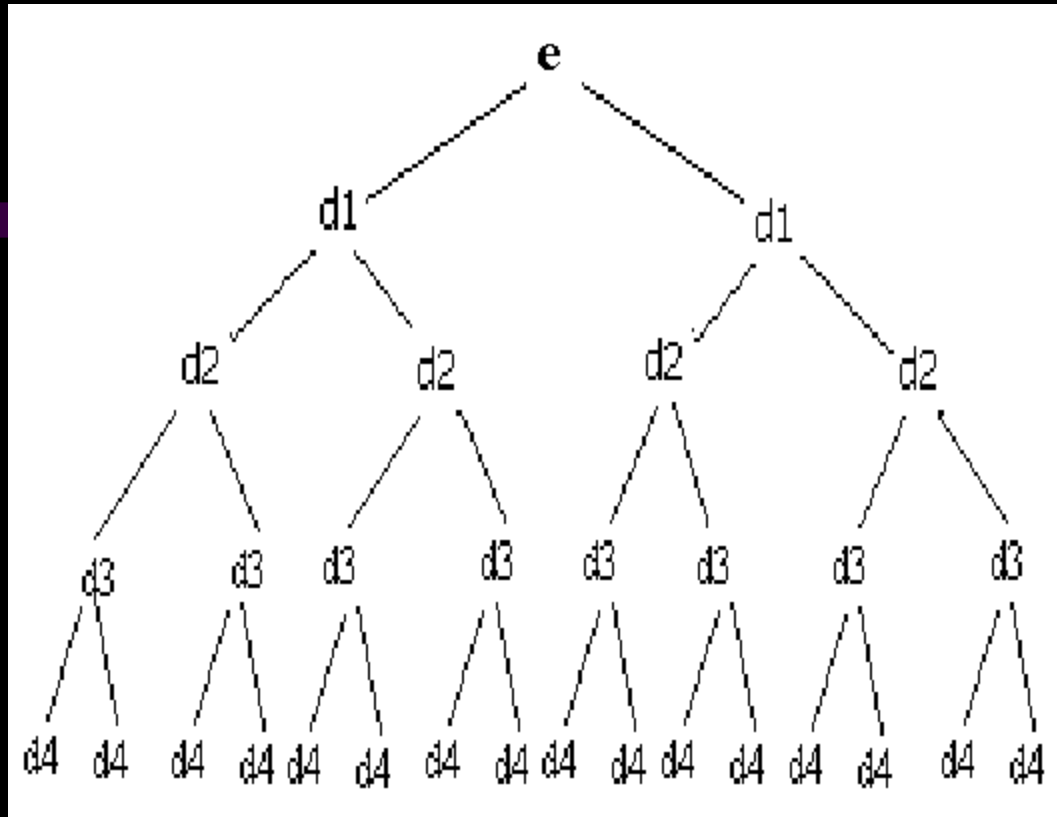
# Generalización a 4 dados y árboles con 4 niveles

Valor del bit correspondiente a cada dado					Dado que se lanza			
	d <sub>1</sub>	d <sub>2</sub>	d <sub>3</sub>	d <sub>4</sub>				
	0	0	0	0				
	0	0	0	1	d <sub>1</sub>	d <sub>2</sub>	d <sub>3</sub>	d <sub>4</sub>
	0	0	1	0			d <sub>3</sub>	d <sub>4</sub>
	0	0	1	1				d <sub>4</sub>
	0	1	0	0		d <sub>2</sub>	d <sub>3</sub>	d <sub>4</sub>
	0	1	0	1				d <sub>4</sub>
	0	1	1	0			d <sub>3</sub>	d <sub>4</sub>
	0	1	1	1				d <sub>4</sub>
	1	0	0	0	d <sub>1</sub>	d <sub>2</sub>	d <sub>3</sub>	d <sub>4</sub>
	1	0	0	1				d <sub>4</sub>
	1	0	1	0			d <sub>3</sub>	d <sub>4</sub>
	1	0	1	1				d <sub>4</sub>
	1	1	0	0		d <sub>2</sub>	d <sub>3</sub>	d <sub>4</sub>
	1	1	0	1				d <sub>4</sub>
	1	1	1	0			d <sub>3</sub>	d <sub>4</sub>
	1	1	1	1				d <sub>4</sub>

Tabla 2.2 Secuencia de lanzamiento de los dados de acuerdo a los cambios en los números binarios, suponiendo 4 dado

# Generalización a N dados y árboles con N niveles

d <sub>1</sub>	d <sub>2</sub>	d <sub>3</sub>	d <sub>4</sub>
			d <sub>4</sub>
		d <sub>3</sub>	d <sub>4</sub>
			d <sub>4</sub>
	d <sub>2</sub>	d <sub>3</sub>	d <sub>4</sub>
			d <sub>4</sub>
		d <sub>3</sub>	d <sub>4</sub>
			d <sub>4</sub>
d <sub>1</sub>	d <sub>2</sub>	d <sub>3</sub>	d <sub>4</sub>
			d <sub>4</sub>
		d <sub>3</sub>	d <sub>4</sub>
			d <sub>4</sub>
	d <sub>2</sub>	d <sub>3</sub>	d <sub>4</sub>
			d <sub>4</sub>
		d <sub>3</sub>	d <sub>4</sub>
			d <sub>4</sub>



$$S \rightarrow e S S$$

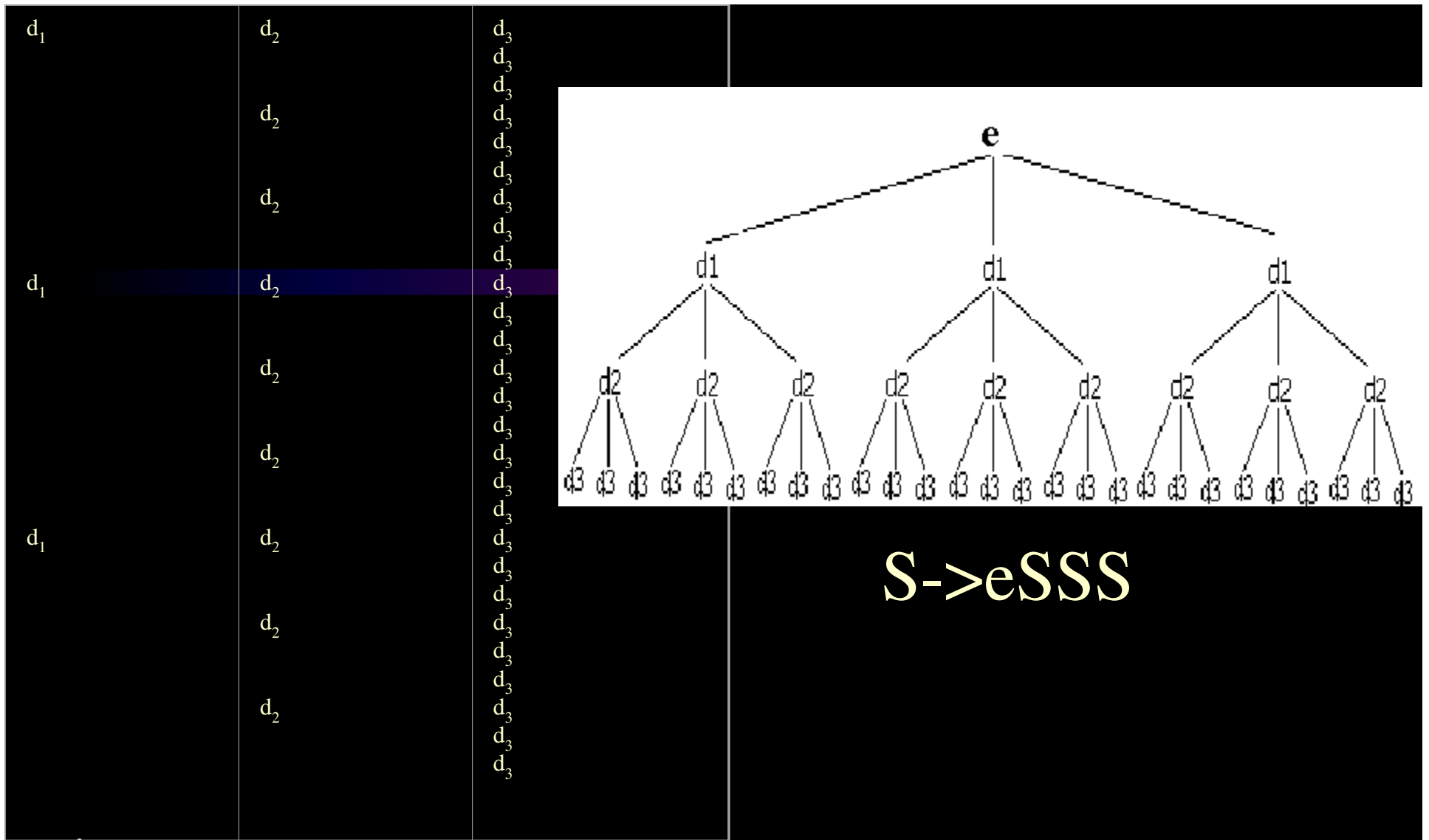
Secuencia de lanzamiento de los dados de acuerdo a los cambios en los números binarios, suponiendo 4 dados

# Generalización a Números con Base 3 y Árboles con 3 ramas

*en lugar de usar  
números binarios  
usamos ternarios  
(números de base  
3) con tres dados.*

Valor del bit correspondiente a cada dado			Dado que se lanza		
$d_1$	$d_2$	$d_3$			
0	0	0		$d_1$	$d_2$
0	0	1			$d_3$
0	0	2			$d_3$
0	1	0			$d_3$
0	1	1			$d_3$
0	1	2			$d_3$
0	2	0			$d_3$
0	2	1			$d_3$
0	2	2			$d_3$
1	0	0		$d_1$	$d_2$
1	0	1			$d_3$
1	0	2			$d_3$
1	1	0			$d_3$
1	1	1			$d_3$
1	1	2			$d_3$
1	2	0			$d_3$
1	2	1			$d_3$
1	2	2			$d_3$
2	0	0		$d_1$	$d_2$
2	0	1			$d_3$
2	0	2			$d_3$
2	1	0			$d_3$
2	1	1			$d_3$
2	1	2			$d_3$
2	2	0			$d_3$
2	2	1			$d_3$
2	2	2			$d_3$





Árbol y ecuación que representa la secuencia de lanzamiento de tres dados cuando se manejan números ternarios (de base 3)

# Generalización a Números con Base $m$ y Árboles con $m$ ramas

*Si queremos árboles con  $m$  ramas en lugar de  
números binarios o ternarios se usan  
números  $m$ -arios (de base  $m$ )*

*que  
generan árboles de  $m$  ramas*

*y que se representan por la ecuación*

$S \rightarrow eSS\dots S$

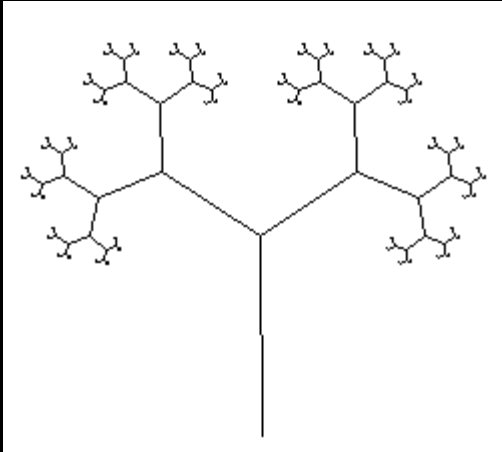
Ecuación	Base numérica	Numero de ramas del árbol
$S \rightarrow e$		
$S \rightarrow e S$		
$S \rightarrow e SS$	2 Binarios (0,1)	2
$S \rightarrow e SSS$	3 Ternarios (0,1,2)	3
$S \rightarrow e SSSS$	4 Cuaternarios (0,1,2,3)	4
...	...	....
...	...	....
$S \rightarrow e SS\dots S$	m m-arios (0,1,2,3, ...,m-1)	m

casos particulares de la ecuación  $S \rightarrow e^* S^*$ , donde  $e^*$  indica que  $e$  se puede repetir tantas veces como se quiera y  $S^*$  indica lo mismo para  $S$

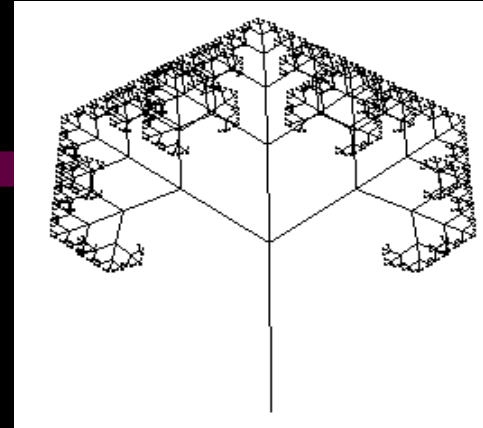


*Conclusión*

# Generación de objetos naturales mediante la Ecuación de la Naturaleza $S \rightarrow e * S^*$



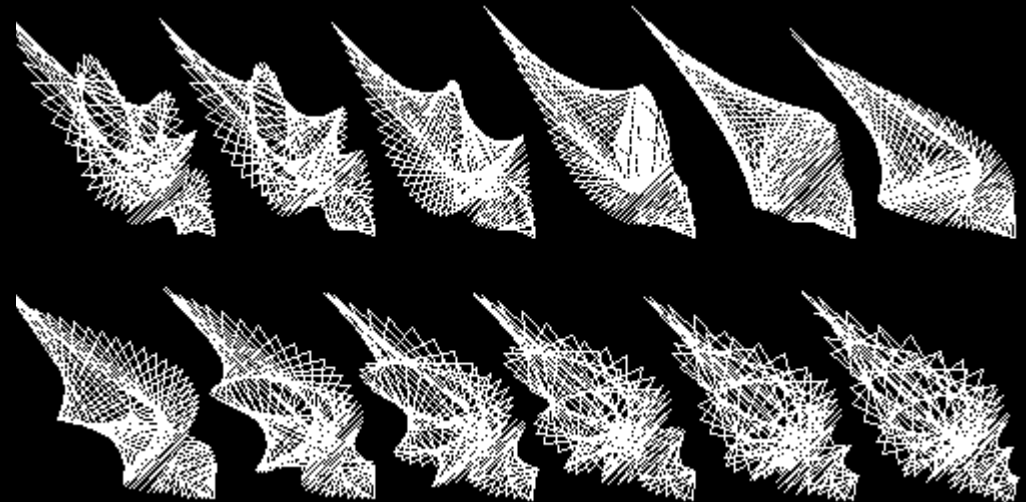
Árbol con 2 ramas generado con  $A \rightarrow t A_i A_d$



Árbol con 3 ramas generado con  $A \rightarrow t A_i A_c A_d$



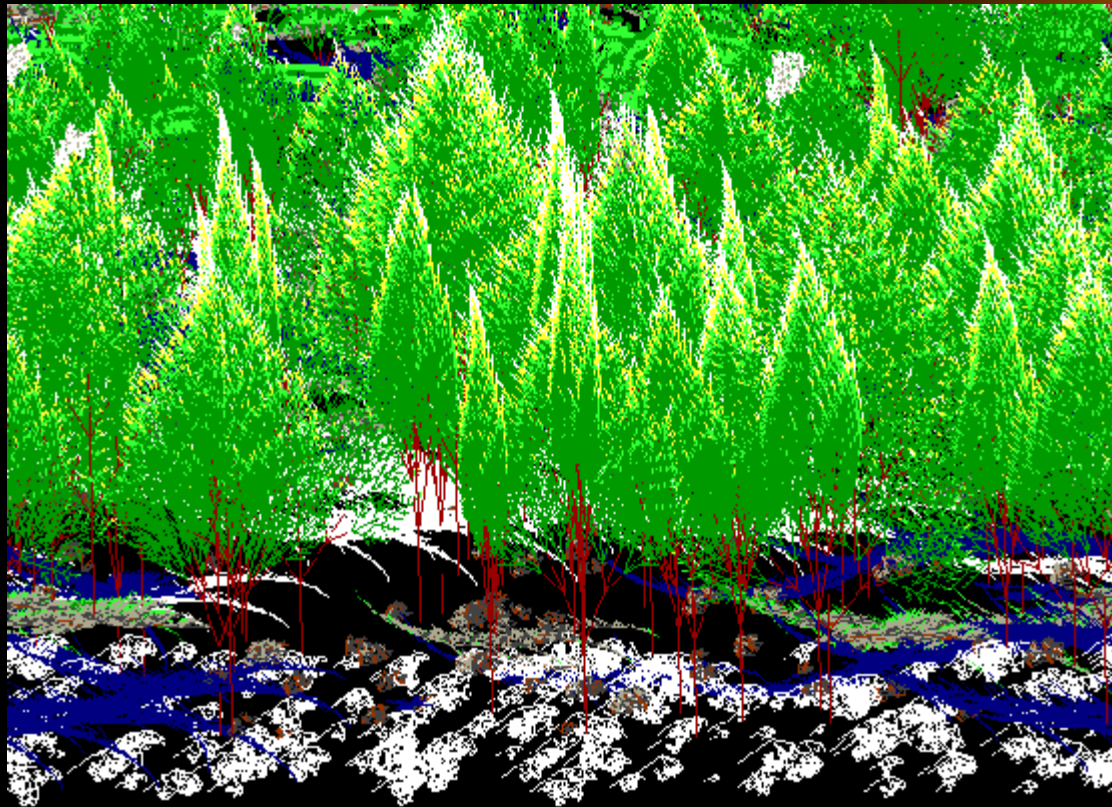
Nube generada con  $A \rightarrow t A A A$



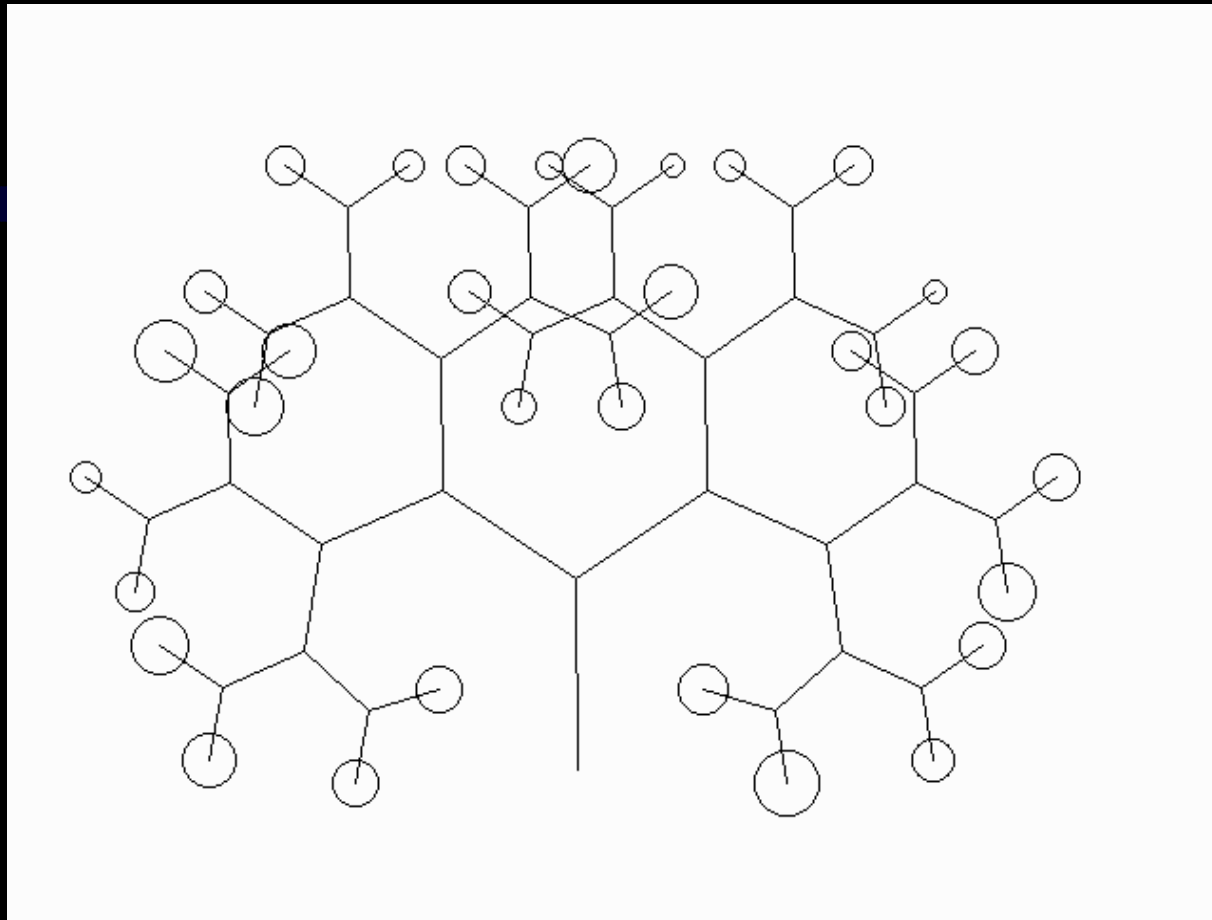
Caracoles generados con  $A \rightarrow t A$

# Paisaje generado con la Ecuación de la Naturaleza

$$S \rightarrow e * S *$$

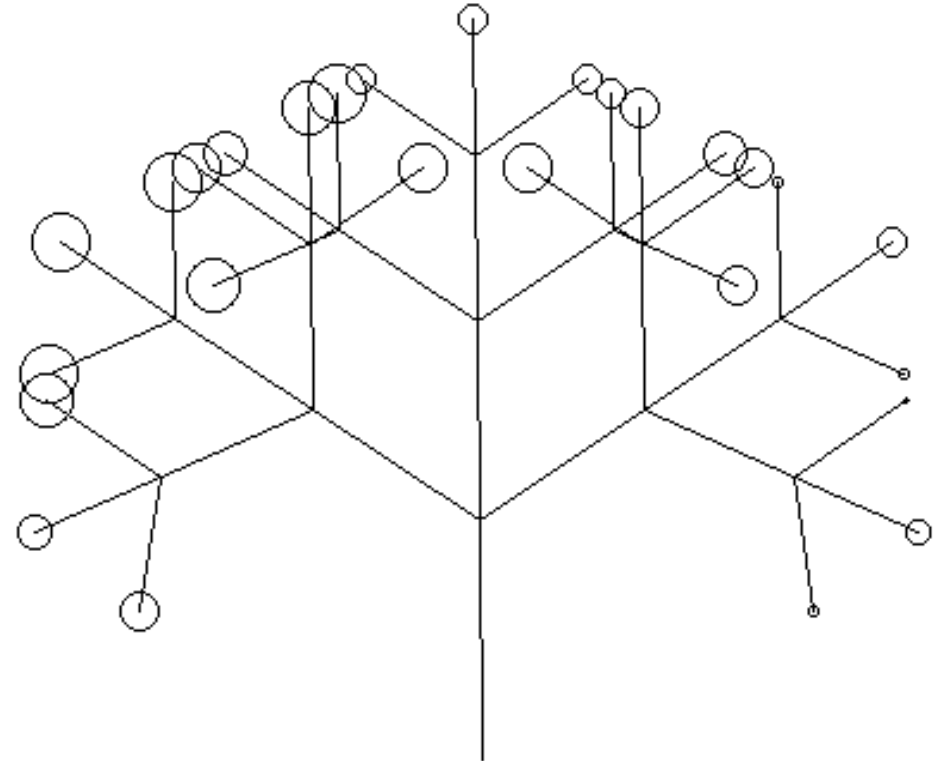
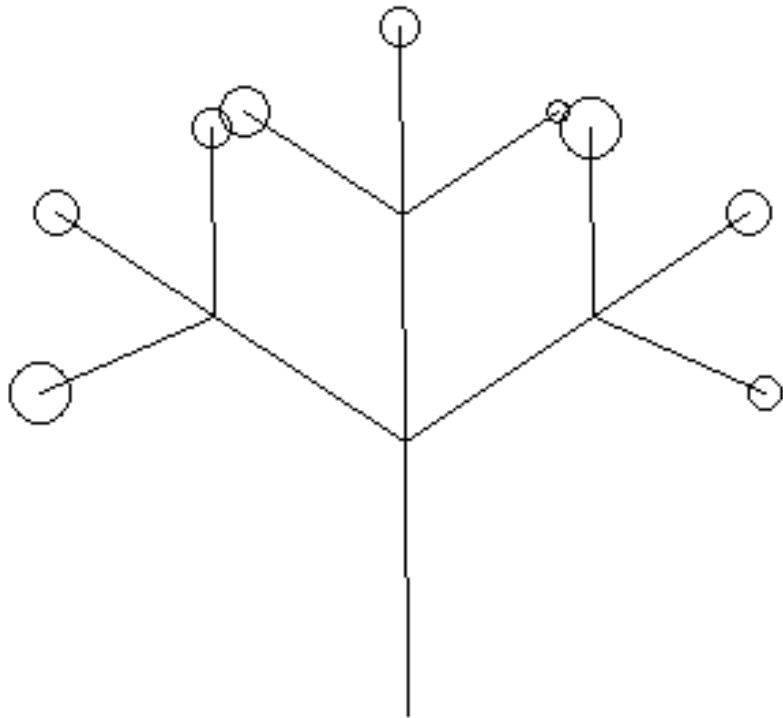


# Estructura arborescente del Ruido 1/f



**Estructura del Ruido 1/f con 2 ramas**

# Estructura del Ruido $1/f$ con 3 ramas



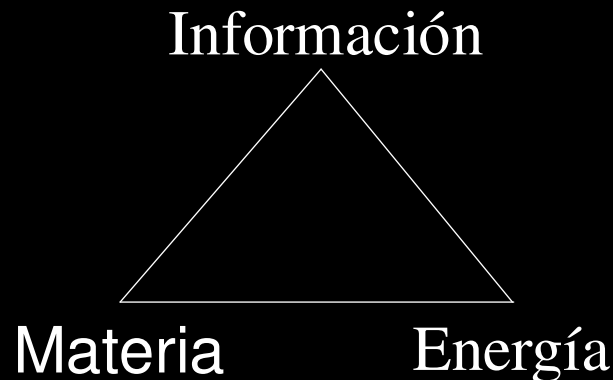


# *Aplicaciones de una ecuación de la naturaleza*

**Fernando Galindo Soria**

[fgalindo@ipn.mx](mailto:fgalindo@ipn.mx)

[www.fgalindosoria.com](http://www.fgalindosoria.com)



**R E D I**

[www.laredi.com](http://www.laredi.com)

*ESCOM del IPN*

*Escuela Superior de Cómputo*

[www.escom.ipn.mx](http://www.escom.ipn.mx)

*Instituto Politécnico Nacional*

[www.ipn.mx](http://www.ipn.mx)

**MÉXICO**

# Estructura Profunda del Algoritmo de Voss

*La estructura profunda marca la pauta de los cambios generales del sistema y en este caso nos indica el orden en que se lanzan los dados.*

*El mecanismo desarrollado por Voss para indicar el orden en que se lanzan los dados, se basa en la generacion de una secuencia de números binarios, donde cada bit representa a un dado, ( si por ejemplo se tienen tres dados, se generan números binarios de 3 bits, obteniéndose la secuencia 000, 001,..., 111).*

*primero se lanzan los tres dados y se suma el resultado para tener la primera nota.*

*A continuación se van generando secuencialmente los números binarios, si entre un número binario y el que le sigue cambia el valor de algún bit se lanza el dado correspondiente a ese bit, sin tocar los dados que no cambian, se suma el valor de los tres dados para obtener la siguiente nota.*

**Generalización**  
**a N dados (árboles con N niveles)**  
**y Números con Base m (árboles con m**  
**ramas)**

*el numero de niveles corresponde al numero  
de dígitos que forman el numero,  
( cada digito corresponde a un dado)*

*Y el numero de ramas corresponde a la base  
numérica (binaria, ternaria,...) que se maneja*

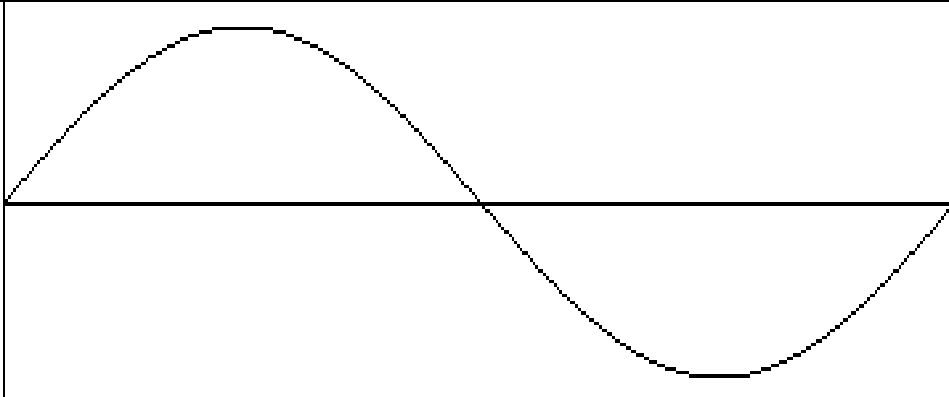
*Amplitud*

*Frecuencia*

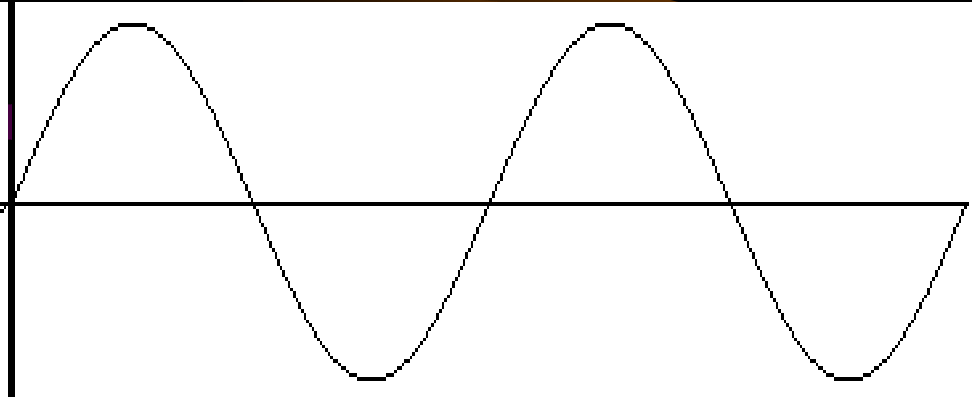
*Fase*



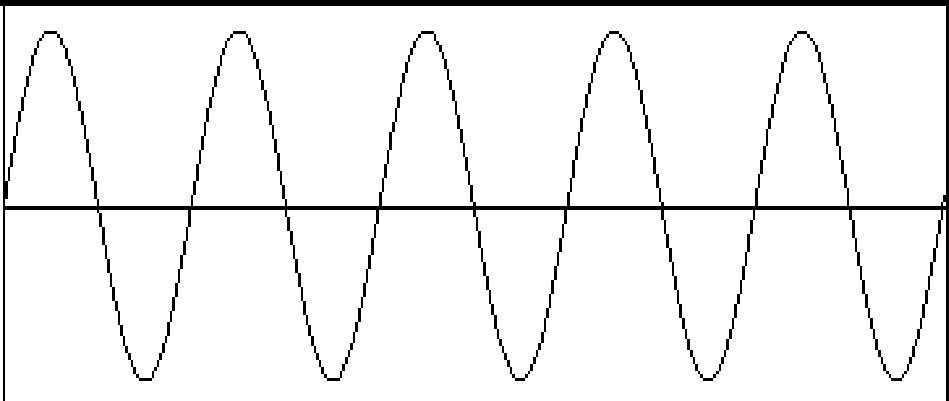
# Graficas del seno con la misma amplitud y diferentes frecuencias



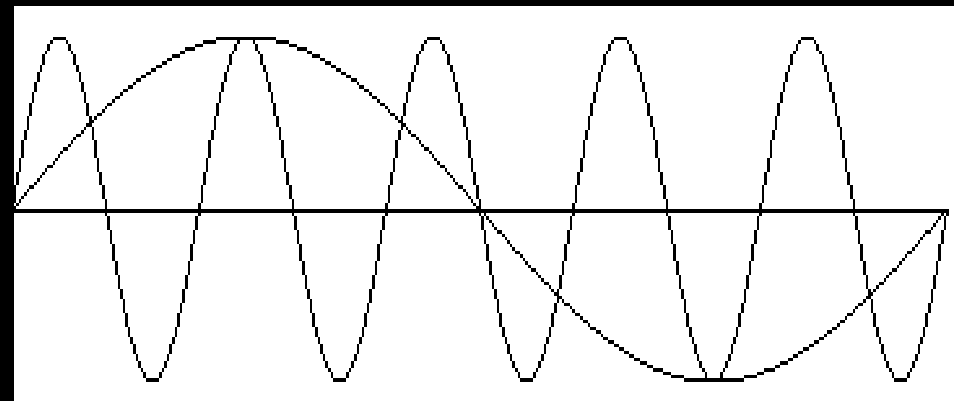
seno amplitud 1 frecuencia 5



seno amplitud 1 frecuencia 2

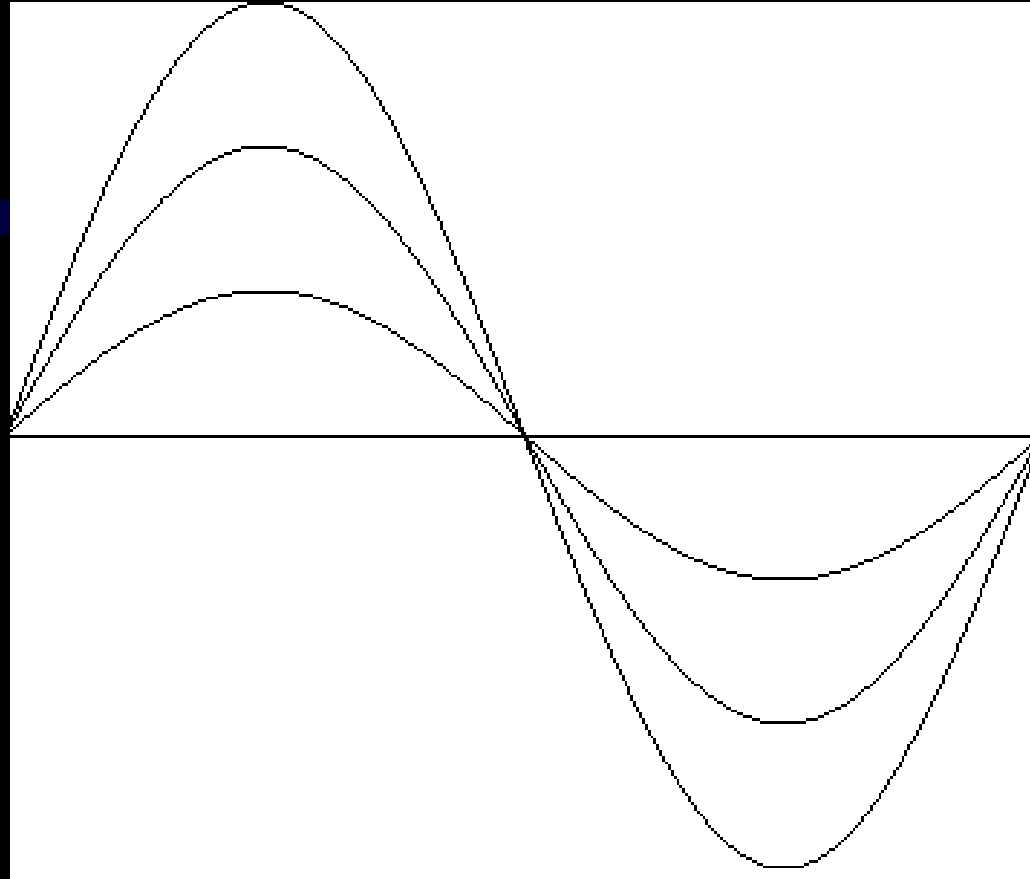


seno amplitud 1 frecuencia 1



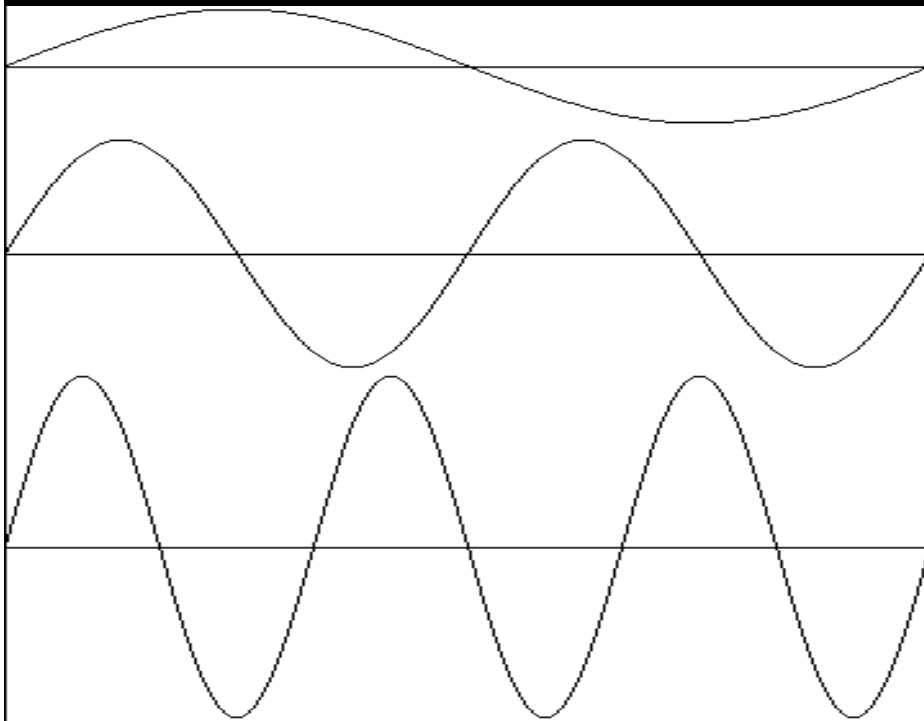
seno amplitud 1 frecuencia 1  
y amplitud 1 frecuencia 5

# Seno con la misma frecuencia, diferente amplitud



amplitud 1 frecuencia 1,  
amplitud 2 frecuencia 1  
amplitud 3 frecuencia 1

# Graficas del seno con diferentes amplitudes y frecuencias



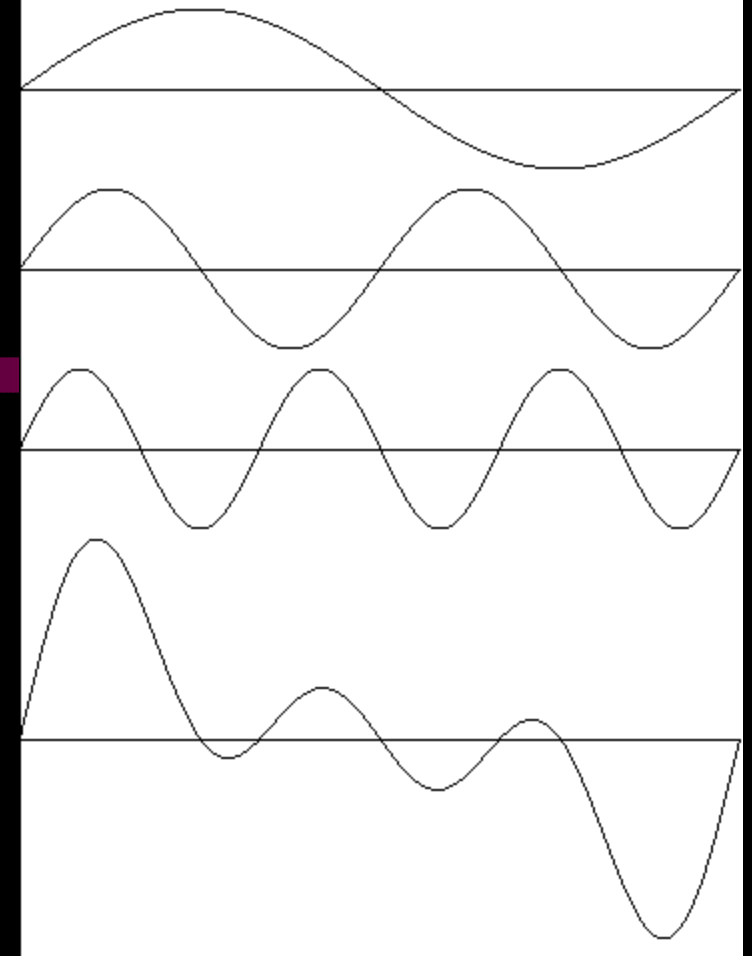
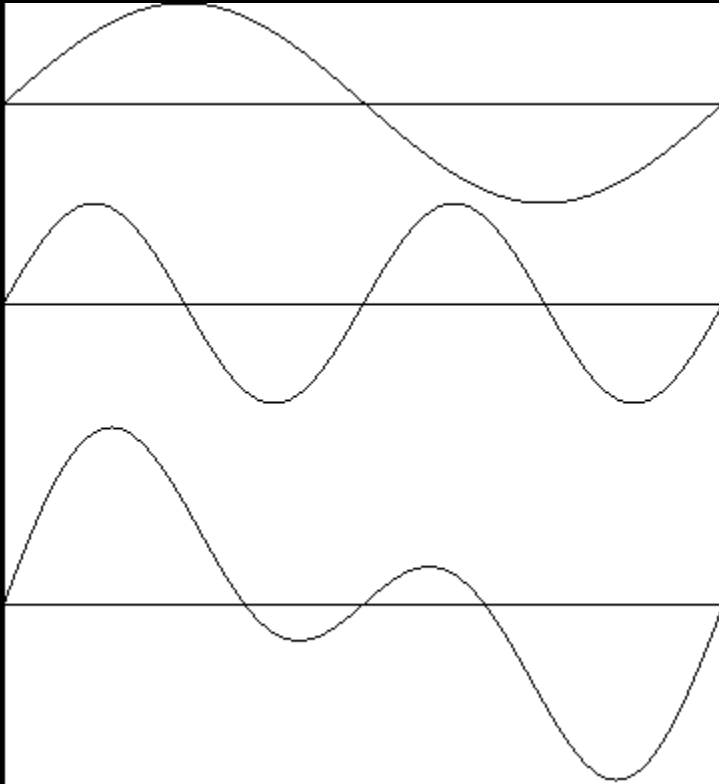
amplitud 1 frecuencia 1

amplitud 2 frecuencia 2

amplitud 3 frecuencia 3

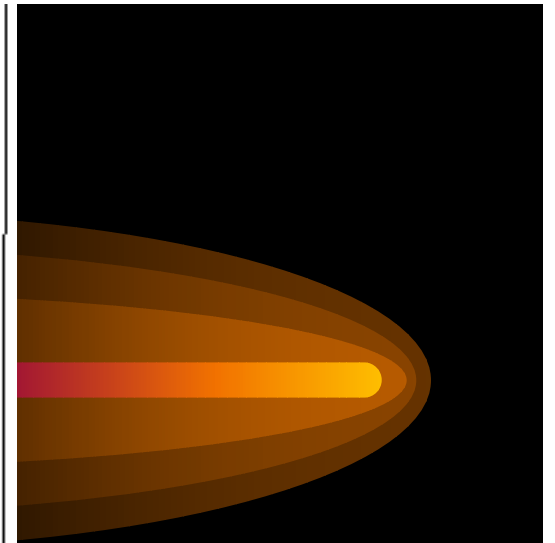
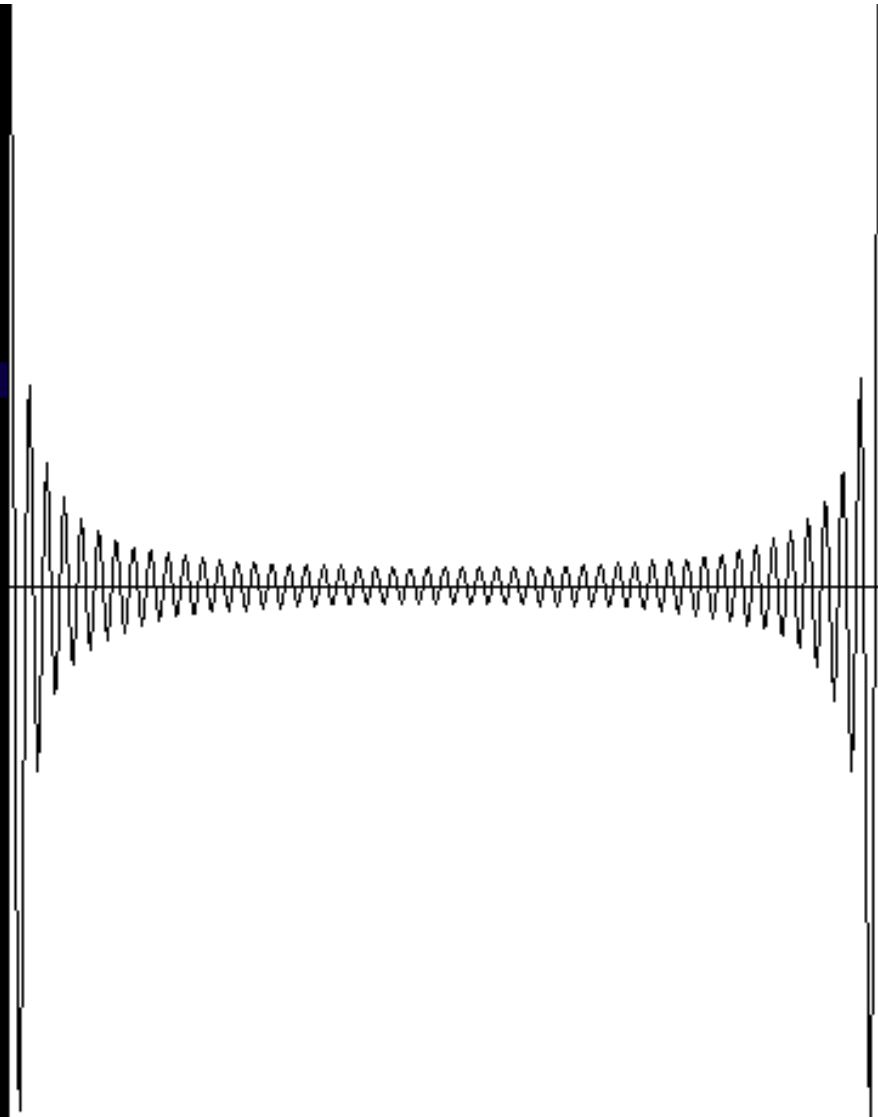


# Suma de senos



suma de  
seno con amplitud 1 frecuencia 1  
mas  
seno con amplitud 1 frecuencia 2

suma de  
seno con amplitud 1 frecuencia 1  
mas  
seno con amplitud 1 frecuencia 2  
mas  
seno con amplitud 1 frecuencia 3



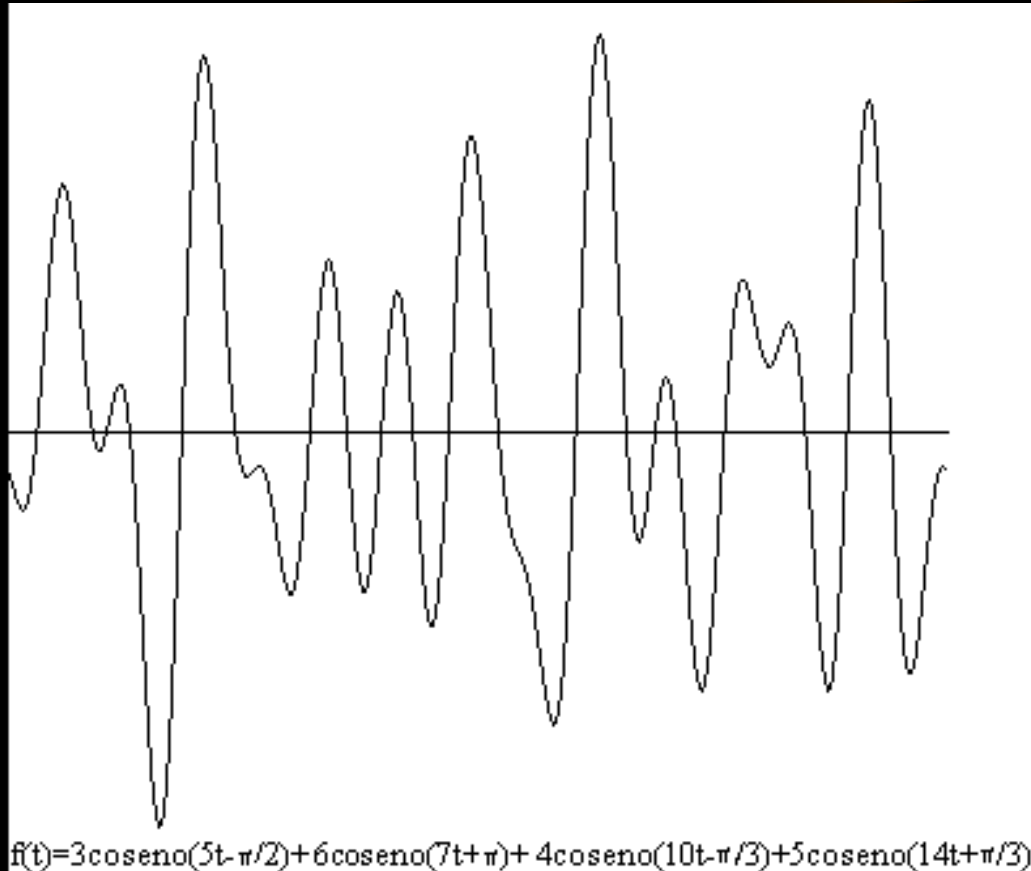
**Grafica de la función**

$$f(t)=1\cos(1t)+2\cos(2t) +3\cos(3t) +4\cos(4t) +\dots+50\cos(50t)$$

# *Introducción a los ruidos de colores*

## Grafica de la función

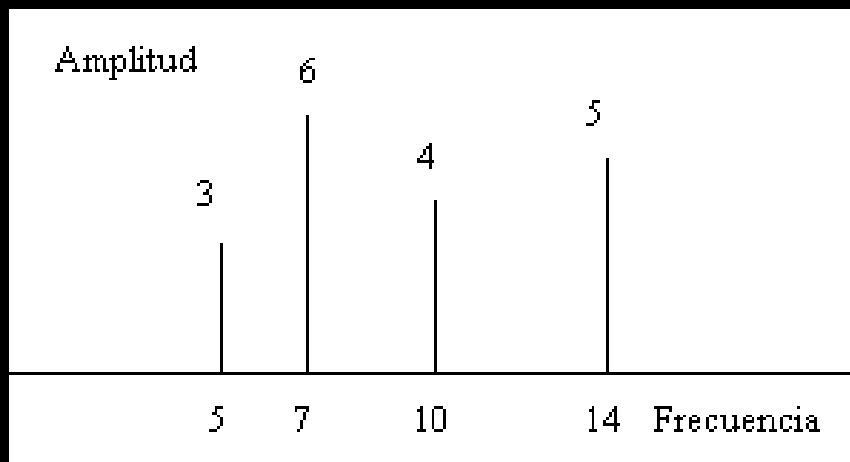
$$f(t) = 3\cos(5t - \pi/2) + 6\cos(7t + \pi) + 4\cos(10t - \pi/3) + 5\cos(14t + \pi/3)$$



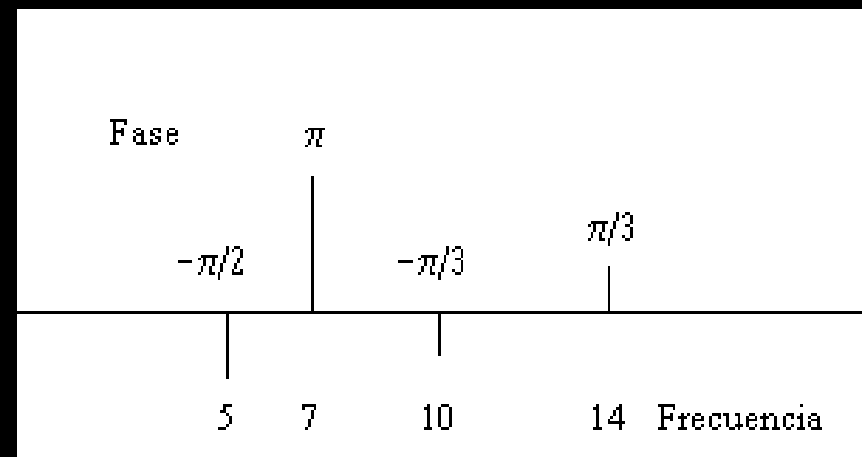
# espectro de frecuencia de la función

$$f(t)=3\coseno(5 t-\pi/2)+6\coseno(7 t+\pi)+4\coseno(10 t-\pi/3)+5\coseno(14 t+\pi/3)$$

función f(t)	amplitud	frecuencia	fase
3 coseno( 5 t - $\pi/2$ )+	3	5	$-\pi/2$
6 coseno( 7 t + $\pi$ )+	6	7	$\pi$
4 coseno(10 t - $\pi/3$ )+	4	10	$-\pi/3$
5 coseno(14 t + $\pi/3$ )	5	14	$\pi/3$

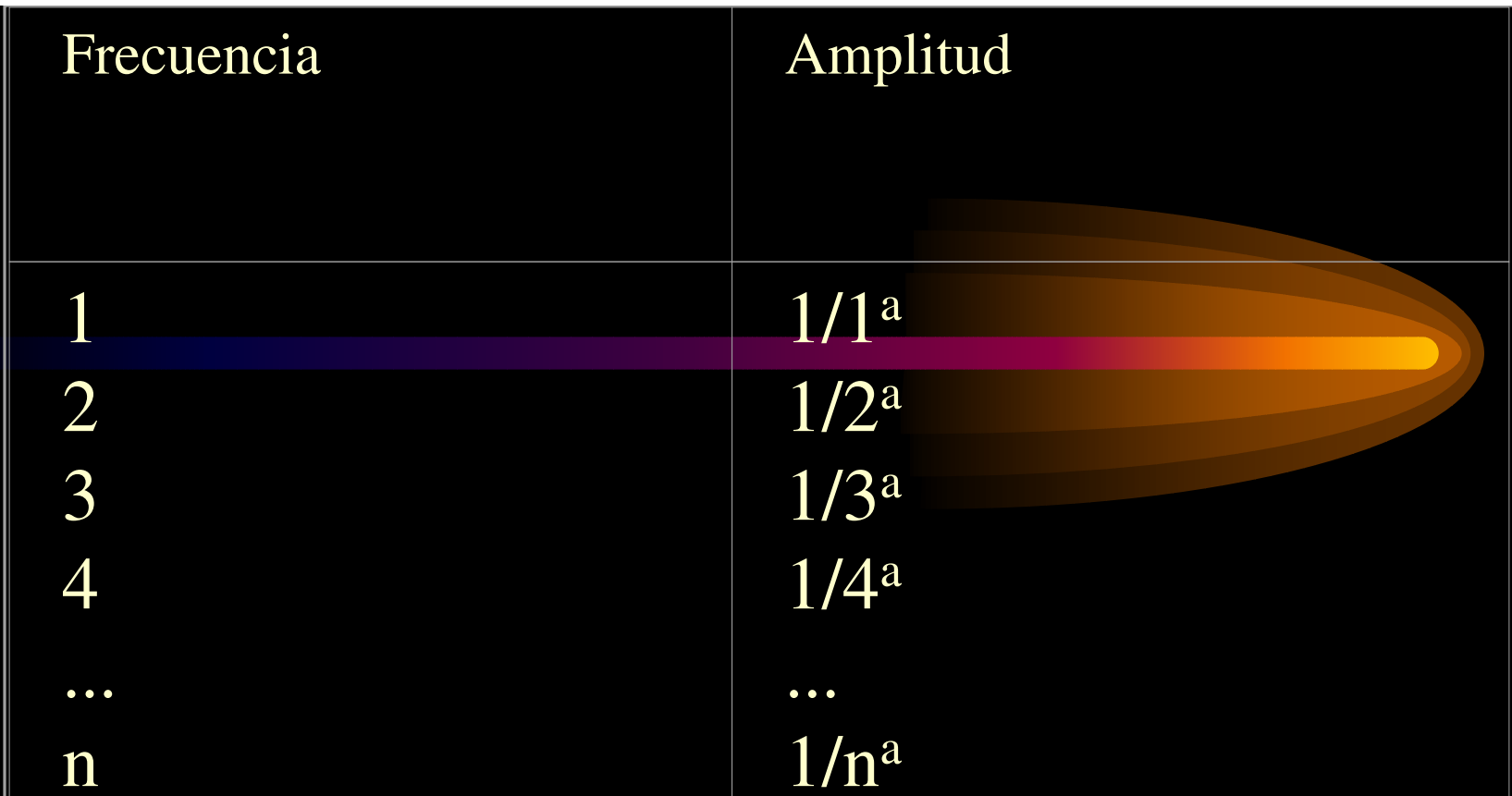


Espectro de Frecuencias Amplitud



Espectro de Frecuencias Fase

Frecuencia	Amplitud
1	$1/1^a$
2	$1/2^a$
3	$1/3^a$
4	$1/4^a$
...	...
n	$1/n^a$



## Ruido de Colores

Relación entre las frecuencias de una señal y sus amplitudes, cuando el espectro de frecuencia tiene una distribución  $1/f^a$

a) Ruido Blanco a=0		b) Ruido 1/f a=1		c) Ruido Browniano a=2	
Frecuencia	Amplitud	Frecuencia	Amplitud	Frecuencia	Amplitud
1	$1/1^0=1$	1	$1/1$	1	$1/1^2$
2	$1/2^0=1$	2	$1/2$	2	$1/2^2$
3	$1/3^0=1$	3	$1/3$	3	$1/3^2$
4	$1/4^0=1$	4	$1/4$	4	$1/4^2$
...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...
n	$1/n^0=1$	n	$1/n$	n	$1/n^2$

Relación entre la frecuencia y amplitud de los ruidos blanco, 1/f y browniano